NUQTAVIY ZARYADLI ZARRALARNING TASHQI MAYDONDAGI LAGRANJ FUNKSIYASI

Abdiyeva Nilufar ozod qizi
A.Qodiriy nomidagi JDPU ning 3-kurs talabasi
e-mail:abdiyevanilufar700@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.10035957

Annotatsiya: Ushbu maqola o`quvchiga tinchlikdagi massasi $m_0$, zaryadi e, relyativistik tezligi $\vartheta$ bo`lgan zarraning, tashqi maydondagi Lagranj funksiyasini qanday keltirib chiqarish kerakligi bo`yicha ma'lumot beradi.
Kalit so`zlar: maydon, zaryadli zarra, invariant, neytral, radius-vektor, vektor potensial.

Zaryadli zarrani tashqi maydonga joylashtirsak, unga eng kichik ta'sir tamoyilidan foydalanamiz. Ma'lumki, erkin harakat uchun ta'sir intervali quyidagiga teng:

S =-$m_0 c \int_a^b dS$ (1)

Zaryadli zarra tashqi maydondaligidan ta'sir integralimiz ikki qismdan iborat bo'ladi.

1. Zaryadli zarrani erkin harakati.
2. Maydonning zaryadli zarraga ta'siri.

Ta'sir integrali (1) invariant kattalik bo'lganligi uchun unga S_2ni kiritamiz va 1-chi formula quyidagicha ko`rinishga keladi.

S =-$m_0 c \int_a^b dS + S_2$ (2)

Ushbu formuladagi S_2- bu ikki voqea yoki dunyo orasidagi masofa deyiladi. m_0- esa zarraning tinchlikdagi massasi, c-yorug`lik tezligi.

Endigi navbatda biz S_2ni tenglamasini tuzishimiz uchun, Maydonni aniqlovchi A_i kattalik, zarrani joylashuvini aniqlash uchun esa radius-vektor x_i kattalik kiritamiz. Albatta, zaryad miqdori e ma'lum bo'lsa ushbu komponentalar orqali skalyar kattalik tenglamasini tuzib olishimiz mumkin. Agarda zaryad miqdori e=0 bo'lsa u holda barcha ifoda nolga teng bo'lib qoladi(3-formula).

$e \cdot A_i \cdot x_i = 0$ (3)

Endilikda biz boshida aytgan tenglamani tuzishimiz uchun uchchala komponentalarni ko'paytmasini differensiallaymiz;

$d(e \cdot A_i \cdot x_i) = e(x_i dA_i + A_i dx_i)$ (4)

Maydon berilganligi tufayli $dA_i = 0$ bo`ladi va biz natijada ta'sir ontegralini quyidagi shaklda yozishimiz mumkin bo`ladi:

$S_2 \sim e \int_a^b A_i dx_i$ (5)

(2) ifodani chap tomonini o'lchov birligi erg.s.(o'qilishi erg.sekund) bo`lganligi uchun biz o'ng tomonining ham birligini erg.s bo'lishi uchun uni quyidagicha yozamiz:

$S_2 \sim \frac{1}{c} e \int_a^b A_i dx_i$ (6)

Endilikda esa funksiyamiz minimal qiymatga ega bo'lishi kerak. Buning uchun (6) ifodaga "– " ishora qo'yamiz, ya'ni

$S_2 \sim -\frac{1}{c} e \int_a^b A_i dx_i$ (7)

Ma'lumki, ta'sir integralini Lagranj funksiyasi orqali quyidagicha yozish mumkin:

$S = \int_{t_1}^{t_2} Ldt$ (8)

Endilikda biz boshidagi (2) formulaning o`rniga 7-formulani olib kelib qo`ysak formula quyidagicha ko`rinishga keladi:

S =-$m_0 c \int_a^b dS - \frac{e}{c}\int_a^b A_i dx_i$ (9)

Endilikda biz ushbu formuladagi $A_i dx_i$ ni yoyib quyidagicha ko`rinishga keltirib olsak;

$A_i dx_i = A_0 dx_0 + A_1 dx_1 + A_2 dx_2 + A_3 dx_3$ (10)

Ushbu kattaliklar to`rt o`lchovli tenzorlar mavzusidan biz bilamizki quyidagi jadvalda ko`rsatilgan komponentalarga teng.

$x_0 =$	cdt	$A_0 =$	φ
$x_1 =$	ix	$A_1 =$	iA_x
$x_2 =$	iy	$A_2 =$	iA_y
$x_3 =$	iz	$A_3 =$	iA_z

Endi esa biz 10-ifodani davom ettiradigan bo`lsak;

$A_i dx_i = A_0 dx_0 + A_1 dx_1 + A_2 dx_2 + A_3 dx_3 = \varphi cdt + i^2 A_x dx + i^2 A_y dy + i^2 A_z dz$

ga teng. Bu yerda $i^2 = -1$ bo`lganligi tufayli bu ifodani ishorasi o`zgaradi.

$$A_i dx_i = A_0 dx_0 + A_1 dx_1 + A_2 dx_2 + A_3 dx_3 = \varphi cdt - A_x dx - A_y dy - A_z dz$$

Bu yerdagi φcdt dan keying kelgan qismini radius-vektori bilan bog`lab olsak;

$A_i dx_i = \varphi cdt - \vec{A}\frac{d\vec{r}}{dt}dt = \varphi cdt - \vec{A}\vec{\vartheta}dt$ (11)

$\vec{\vartheta}$ − bu yerda zaryadli zarraning tezligi.

9-ifodani 8-ifodaga o`xshatish uchun esa biz $a \to t_1$, $b \to t_2$ ga o`tkazishimiz lozim bo`ladi va biz 9-ifodadagi dS ni quyidagicha ifodalab olamiz;

$dS = cdt\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}$ (12)

Demak, ta'sir integrali ifodasini umumiy qilib quyidagicha yozish mumkin:

S =-$m_0 c \int_{t_1}^{t_2}\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}} - \frac{e}{c}\int_{t_1}^{t_2} \varphi cdt - \vec{A}\vec{\vartheta}dt$ (13)

8 va 13 ifodalarni solishtirib endilikda Lagranj funkdiyasini quyidagicha yozishimiz mumkin.

$$L = -m_0 c^2\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}} - e\varphi + \frac{e}{c}\vec{A}\vec{\vartheta} \quad (14)$$

Bu ifoda tashqi maydonga joylashtirilgan zaryadli zarra uchun Lagranj funksiyasi hisoblanadi.

References:

1. Ibadov Rustan Mustafayevich “Elektrodinamika va Reliytivistik nazariya elementlari va va Reliytivistik nazariya elementlari” o`quv-uslubiy majmua, Samarqand 2018.