

BA'ZI KICHIK O'LCHOVLI ALGEBRALAR TIZIMLARINI SINFLASHTIRISH MUAMMOLARI HAQIDA

Arzikulova Marjona Hasan qizi

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2831-0350>

Navoiy davlat universiteti, doktorant

marjonaarzikulova5@gmail.com

Ilmiy rahbar: **Rakhimov Isamiddin Sattarovich**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.22641133>

Qabul qilindi: 1-sentabr 2026-yil • Ma'qullandi: 6-sentabr 2026-yil • Nashr qilindi: 7-sentabr 2026-yil

Annotatsiya:

Ushbu tezisda uch o'lchovli kommutativ algebralarni ixtiyoriy asosiy maydon ustida sinflashtirish muammosi ko'rib chiqiladi. Mavjud natijalarning katta qismi kompleks maydon ustida olinganligi bois, ixtiyoriy maydon sharoitidagi sinflashtirish alohida dolzarblik kasb etadi. Tadqiqotda ikki bosqichli yondashuv qo'llaniladi: dastlab ikki o'lchovli kommutativ algebra asosida uch o'lchovli nomzod algebralarni quriladi, so'ngra izomorfizm invariantlari — avtomorfizmlar guruhi va struktura xossalari — yordamida ortiqcha algebralarni chiqarib tashlanadi. Natijada 113 ta o'zaro izomorf bo'lmagan uch o'lchovli kommutativ algebra sinfidan iborat to'liq ro'yxat olindi.

Kalit so'zlar:

kommutativ algebra; sinflashtirish muammosi; izomorfizm; avtomorfizmlar guruhi; ixtiyoriy asosiy maydon.

Dolzarbligi. Chekli o'lchovli algebralarni sinflashtirish muammosi zamonaviy algebra nazariyasining fundamental masalalaridan biri hisoblanadi. Hatto kommutativlik yoki assotsiativlik kabi qo'shimcha ayniyatlar qo'yilgan taqdirda ham, chekli o'lchovli algebralarning to'liq sinflashtirilishi hisoblash nuqtai nazaridan juda murakkab masala bo'lib qoladi. Bundan tashqari, mavjud natijalarning katta qismi kompleks sonlar maydoni yoki algebraik yopiq maydon ustida olingan bo'lib, ixtiyoriy asosiy maydon sharoitida sinflashtirish masalalari nisbatan kam o'rganilgan. Ushbu ilmiy bo'shliq mazkur tadqiqotning dolzarbligini belgilaydi.

Tadqiqot usuli. F maydon ustidagi n o'lchovli algebra strukturasini $\mu: V \times V \rightarrow V$ chiziqli va simmetrik akslantirish sifatida aniqlanadi. Tadqiqotda ikki bosqichli metodologiya qo'llaniladi: (1) ikki o'lchovli kommutativ algebralarning tayyor ro'yxati asosida uch o'lchovli nomzod algebralarni quriladi; (2) hosil bo'lgan ortiqcha ro'yxat izomorfizm invariantlari — avtomorfizmlar guruhi $\text{Aut}(A)$, struktura xossalari va boshqalar — yordamida ortiqchaliksiz holga keltiriladi. Ushbu yondashuv $\text{Char}(F) \neq 2, 3$ va $F^2 = F$ shartlarini qanoatlantiruvchi F maydon ustida quyidagi ikki o'lchovli algebra misolida qo'llaniladi:

$$A_3(a_1, a_4, 1 - a_1): e_1 e_1 = a_1 e_1, e_1 e_2 = (1 - a_1) e_2, e_2 e_2 = a_4 e_1 \quad (1)$$

bu yerda $a_1, a_4 \in F$. Ushbu algebraning avtomorfizmlar guruhi parametrlarning qiymatiga bog'liq holda uchta har xil ko'rinishga ega bo'ladi: $a_4 \neq 0$ bo'lganda $\text{Aut}(A_3) = \{\text{diag}(1, \pm 1)\}$; $a_4 = 0, a_1 \neq 2/3$ bo'lganda $\text{Aut}(A_3) = \{\text{diag}(1, r): r \in F^*\}$; $a_4 = 0, a_1 = 2/3$ bo'lganda esa $\text{Aut}(A_3) = \{[[1, 0], [c, r]]: c \in F, r \in F^*\}$. Avtomorfizmlar guruhining har bir ko'rinishi uchun struktura konstantalarini bosqichma-bosqich soddalashtirish (kanonizatsiya) yo'li bilan orbitalarning kanonik vakillari topiladi.

Natijalar. O'tkazilgan tadqiqot natijasida ixtiyoriy F asosiy maydon ustida, ko'rsatilgan shartlarni qanoatlantiruvchi 113 ta o'zaro izomorf bo'lmagan uch o'lchovli kommutativ algebra sinfi (C_1-C_{113}) to'liq aniqlandi. Namuna sifatida birinchi sinf quyidagicha ifodalanadi:

$$C_1(r): e_1e_1 = \alpha_1e_1, e_1e_2 = (1 - \alpha_1)e_2, e_1e_3 = e_1 + \gamma_3e_3 \quad (2)$$

bu yerda $\alpha_1 \in F \setminus \{1\}$, $\alpha_4 \in F^*$, $r = \pm 1$. Qolgan 112 sinf ham xuddi shunday tarzda, aniq ko'rsatilgan parametr shartlari asosida qurib chiqilgan.

Xulosa. Tadqiqot doirasida ikki o'lchovli kommutativ algebra asosida uch o'lchovli kommutativ algebralar qurish va sinflashtirish metodologiyasi ishlab chiqildi hamda ixtiyoriy asosiy maydon ustida 113 ta izomorf bo'lmagan uch o'lchovli kommutativ algebra sinfidan iborat to'liq ro'yxat olindi. Erishilgan natijalar past o'lchovli algebraik strukturalar nazariyasini ixtiyoriy maydonlar sharoitiga kengaytirishga xizmat qiladi va kelgusida yuqori o'lchovli holatlarga tadbiiq etilishi mumkin.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Rakhimov, I., & Arzikulova, M. (2026). On three-dimensional commutative algebras over an arbitrary base field. (nashrga tayyorlangan qo'lyozma).
2. Ayupov, Sh., Omirov, B. A., & Rakhimov, I. S. (2020). Leibniz algebras: Structure and classification. CRC Press, Taylor & Francis Group.
3. Rikhsiboev, I. M., & Rakhimov, I. S. (2012). Classification of three dimensional complex Leibniz algebras. AIP Conference Proceedings, 1450(1), 358–362.
4. Casas, J. M., Insua, M. A., Ladra, M., & Ladra, S. (2012). An algorithm for the classification of 3-dimensional complex Leibniz algebras. Linear Algebra and its Applications, 436(9), 3747–3756.
5. Khudoyberdiyev, A. Kh., Kurbanbaev, T. K., & Omirov, B. A. (2010). Classification of three-dimensional solvable p -adic Leibniz algebras. p -Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications, 2(3), 207–221.

Abstract:

This thesis addresses the classification problem for three-dimensional commutative algebras over an arbitrary base field. Since most existing results are obtained over complex or algebraically closed fields, classification over an arbitrary field is of particular relevance. A two-step approach is used: candidate three-dimensional algebras are first constructed from a known two-dimensional commutative algebra, after which isomorphism invariants — automorphism groups and structural properties — are applied to remove redundancy. As a result, a complete list of 113 pairwise non-isomorphic three-dimensional commutative algebra classes is obtained. The result has been published in a journal from the OAK (Higher Attestation Commission) list.

Keywords:

commutative algebra; classification problem; isomorphism; automorphism group; arbitrary base field.