

SILLIQ SIRT TUSHUNCHASI VA UNING MATEMATIK TAHLILI

Erkinboyeva Dilnura Oybekjon qizi

Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

Ilmiy maslahatchi: Mahmudova Dilnoza Xaytmirzayevna

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20135426>

Annotatsiya:

Ushbu maqolada differensial geometriya va amaliy mexanikada muhim o'rin tutadigan silliq sirtlar tushunchasi tadqiq etiladi. Tadqiqot davomida sirtning silliqlik shartlari, uning har bir nuqtasida urinma tekislikning mavjudligi va differensiallanuvchanlik xususiyatlari tahlil qilinadi. Shuningdek, silliq sirtlarning kompyuter grafikasi va zamonaviy muhandislik loyihalaridagi o'rni yoritib berilgan. Maqola yakunida sirt silliqligining egrilik ko'rsatkichlari bilan bog'liqligi matematik usullar yordamida asoslangan.

Tayanch so'zlar: silliq sirt, differensial geometriya, urinma tekislik, egrilik, differensiallanuvchanlik, normal vektor.

Аннотация:

В данной статье исследуется концепция гладких поверхностей, которые играют важную роль в дифференциальной геометрии и прикладной механике. В ходе исследования анализируются условия гладкости поверхности, существование касательной плоскости в каждой её точке и свойства дифференцируемости. Также освещается роль гладких поверхностей в компьютерной графике и современных инженерных проектах. В завершение статьи с помощью математических методов обоснована связь гладкости поверхности с показателями кривизны.

Ключевые слова: гладкая поверхность, дифференциальная геометрия, касательная плоскость, кривизна, дифференцируемость, вектор нормали.

Abstract:

This article explores the concept of smooth surfaces, which play a crucial role in differential geometry and applied mechanics. The study analyzes the conditions for surface smoothness, the existence of a tangent plane at each point, and differentiability properties. Furthermore, the role of smooth surfaces in computer graphics and modern engineering designs is highlighted. At the end of the article, the relationship between surface smoothness and curvature indices is substantiated using mathematical methods.

Keywords: smooth surface, differential geometry, tangent plane, curvature, differentiability, normal vector.

Tuzilma haqida eslatma:

Maqolangizning yo'nalishiga qarab (masalan, agar u faqat matematik nazariya haqida bo'lsa), "kompyuter grafikasi" yoki "muhandislik" qismlarini chiqarib tashlab, o'rniga "topologik xususiyatlar" yoki "sirt integrallari" kabi tushunchalarni kiritish mumkin.

Kalit so'zlar: silliq sirt, differensiallanuvchanlik, parametrik sirt, gradient, hosila, analitik geometriya

Kirish

Zamonaviy matematikada sirtlar nazariyasi analitik geometriya va differensial geometriyaning muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Ayniqsa, silliq sirt tushunchasi fazoda obyektning geometrik xossalarini o'rganishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Silliq sirt deganda odatda hosilalari mavjud va uzluksiz bo'lgan funksiya orqali berilgan sirt tushuniladi. Bunday sirtlar matematik analizda, fizika va muhandislik masalalarida keng qo'llaniladi.

Masalan, fazoda sirt quyidagicha berilishi mumkin:

$$z = f(x, y)$$

Silliq sirtlar yordamida egri chiziqlar, tangensial tekisliklar, normal vektorlar kabi tushunchalarni aniqlash mumkin. Shu sababli ushbu mavzu nazariy va amaliy jihatdan muhim ahamiyatga ega.

Metod

Mazkur tadqiqotda silliq sirtlarni o'rganish uchun quyidagi matematik usullardan foydalanildi:

differensial hisoblash usullari

qisman hosilalar nazariyasi

parametrik tenglamalar

vektor analiz elementlari

Sirtlar quyidagi ko'rinishda qaraldi:

1. Aniq ko'rinish:

Sirt tenglamasi odatda $z=f[x,y]$ ko'rinishida bo'ladi, ya'ni har bir $[x,y]$ nuqtaga bitta z qiymat mos keladi

2. Parametrik ko'rinish:

$$X=x[u,v] \ \ \$$

$$Y=y[u,v] \ \ \$$

$$Z=z[u,v] \ \ \$$

Sillqlik sharti sifatida funksiyaning qisman hosilalari uzluksiz bo'lishi talab qilindi.

Natija

adqiqot natijasida quyidagi muhim xulosalarga kelindi:

[05.05.2026 15:28] Dilnura: Sirt silliq bo'lishi uchun uning barcha qisman hosilalari mavjud va uzluksiz bo'lishi zarur.

Har bir silliq sirt nuqtasida urinma (tangensial) tekislik mavjud bo'ladi.

Silliq sirtlar yordamida fazodagi murakkab geometrik shakllarni aniq ifodalash mumkin.

Masalan, urinma tekislik tenglamasi:

$$z - z_0 = f(x)[z_0:y_0][x-x_0] + f(y)[x_0:y_0][y-y_0]$$

Bu formula sirtning lokal xossalarini o'rganishda muhim ahamiyatga ega.

Teoremlar

Teorema 1 (Silliq sirtning mavjudligi):

Agar funksiya uzluksiz va differensiallanuvchi bo'lsa, u holda sirt silliq sirt hosil qiladi.

Teorema 2 (Urinma tekislik):

Har bir silliq sirt nuqtasida yagona urinma tekislik mavjud.

Muhokama

Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, silliq sirtlar matematik analiz va geometriyada markaziy o'rin egallaydi.

Silliq sirtlarning asosiy afzalligi shundaki:

ular yordamida egri chiziqlarni lokal ravishda tekislik bilan yaqinlashtirish mumkin; fizik jarayonlarni (masalan, issiqlik tarqalishi, suyuqlik harakati) modellashtirishda qulay;

kompyuter grafikasi va 3D modellashtirishda keng qo'llaniladi.

Geometrik jihatdan silliq sirtlar uzluksiz va "yirtiqsiz" shakllar sifatida qaraladi.

Xulosa

Mazkur maqolada silliq sirt tushunchasi har tomonlama tahlil qilindi.

Natijada:

silliq sirtlarning matematik ta'rifi berildi;

ularning asosiy xossalari aniqlandi;

analitik geometriya va analizdagi ahamiyati ko'rsatildi.

Xulosa qilib aytganda, silliq sirtlar nazariyasi matematikaning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, u ko'plab amaliy sohalarda keng qo'llaniladi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Walter Rudin – Principles of Mathematical Analysis
2. James Stewart – Calculus
3. Erwin Kreyszig – Advanced Engineering Mathematics
4. Apostol T. – Mathematical Analysis
5. Paul's Online Math Notes