

IKKI KARRALI CHIZIQLI BO'LMAGAN DIFFUZIYAGA EGA BIOLOGIK POPULYATSIYA MODELINING XUSUSIYATLARI HAQIDA

Aripov M.

Ochilov E.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20033363>

Keling, sohada $Q = \{(t, x) : t > 0, x \in R\}$ ikki tomonlama chiziqli bo'lmagan reaksiyaning diffuziya tenglamasi bilan tavsiflangan biologik populyatsiya muammosini ko'rib chiqaylik.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u^n \left(D \frac{\partial}{\partial x} u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - v(t) \frac{\partial u}{\partial x} + c(t)f(u) \quad (1)$$

boshlang'ich shart bilan

$$u_{t=0} = u_0(x), x \in R, \quad (2)$$

Buyerda $m \geq 1, p \geq 2$, berilgan sonli parametrlar, $x \in R, v(t)$ konvektiv o'tish (migratsiya) tezligi, (1) tenglama ikki tomonlama chiziqli bo'lmagan diffuziya $0 \leq u_0(x) \leq 1$ holati uchun Maltus tipidagi ($f(u) = u$), Vershulst tipidagi $f(u) = u(1 - u)$ va Allee tipidagi ($f(u) = u(1 - u^\beta), \beta > 1$) populyatsiya o'sishining eng oddiy diffuziya logistik modelining [1-2] umumlashtirilishidir. Bu holda, $f(u) = u(1 - u^\beta), \beta \geq 1$ uni chiziqli bo'lmagan filtrlash tenglamasi sifatida ham ko'rib chiqish mumkin, manba va yutilishning bir vaqtning o'zida ta'sirida issiqlik o'tkazuvchanligi, uning kuchlari mos ravishda $uv(t)$ tezlikda konvektiv o'tish ta'sirida va ga teng $-u^{\beta+1}$.

Bu tenglama chiziqli bo'lmagan diffuziya tenglamasining ($m + k(p - 2) - 1 > 0$), tez diffuziya tenglamasining ($m + k(p - 2) - 1 < 0$) juda tez diffuziya ($m + p < 2$) va p kichik atamalar bilan issiqlik o'tkazuvchanligining $m + k(p - 2) - 1 = 0$ Laplas tenglamasi ($m = 1$). biz juda muhim vaziyatga duch kelamiz.

(1) tenglama degeneratsiyalangan sohada degeneratsiyalanganligi sababli $u = 0$, degeneratsiya sohasida klassik yechimga ega bo'lmashligi mumkin [2]. Shuning uchun, xususiyatiga ega bo'lgan va taqsimot ma'nosida (1) tenglamani qanoatlantiradigan fizik ma'noga ega bo'lgan (1) tenglamaning umumlashtirilgan yechimi o'rganiladi $0 \leq u [u^{m-1} |\nabla u|^{p-2} \nabla u \in C(Q)]$.

(1), (2) masalalar uchun ma'lumki, tenglamaning degeneratsiyasi tufayli xarakterli xususiyat buzilishlarning chekli tarqalish tezligining mavjudligidir, ya'ni shunday uzluksiz $l(t)$ funksiya mavjudki, $u(t, x) \equiv 0$ da $|x| \geq l(t)$. Sirt $|x| = l(t)$ erkin chegara yoki front deb ataladi. $l(t) < \infty, t > 0$ da bo'lganda, yechim fazoviy lokalizatsiya deb ataladi.

$$\xi = \int_0^t v(y) dy - x$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = w^n \left(D \frac{\partial}{\partial \xi} w^{m-1} \left| \frac{\partial w^k}{\partial \xi} \right|^{p-2} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) + c(t)f(w)$$

Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует.. 1

Tabiiyki, tezligi vaqtga va turli kinetikaga bog'liq bo'lgan konvektiv transportning qo'shma ta'sirining (1), (2) masalalar bilan tavsiflangan jarayonning evolyutsiyasiga ta'siri haqida savol tug'iladi. Neyman masalasining musbat yechimlarining xususiyatlari ikki tomonlama chiziqli bo'lmagan diffuziya tenglamasi uchun $f(u) = u^\beta, \beta = m + p - 2$ [4] da, (1), (2) masalasining global yechilishi esa $\beta \geq 1$ [5, 6] da o'rganilgan. Maltus modeli holati uchun chaqnash tarqalishning chekli tezligi [4] da aniq yechimni qurish orqali aniqlangan. [3] da,

Verhalst modeli uchun $p = 2$, $b = 2$ holatida, o'ziga o'xshash yechimning (1), (2) masala yechimiga maxsus normada yaqinlashishi isbotlangan.

Ushbu maqolada, (1) tenglamaning diffuziya qismida qo'shaloq chiziqli bo'lmaganlik holatida parametrlarning kritik qiymati mavjudligi ko'rsatilgan. $m + k(p - 2) - 1 = 0$ bunda yechim chiziqli tenglamaning yechimi xarakteriga ega bo'lib, [1] dan olingan usul yordamida (1)-(2) masalaning uchta kinetikasi uchun populyatsiyaning (epidemiya) tarqalish tezligi va chuqurligini baholash imkonini beradi. Xususan, $c(t)$ tezligi va populyatsiyaning (epidemiya) tarqalish chuqurligi $x(t)$ uchun kritik holatda baholash olinadi.

$$\begin{aligned}
 x - \int_0^t v(y) dy &\geq pk^{(p-1)/p} D^{1/p} t [1 + (\ln 2)/k] t^{-1}]^{(p-1)/p} \\
 x &\geq \int_0^t v(y) dy - pk^{(p-1)/p} D^{1/p} t [1 + (\ln 2)/k] t^{-1}]^{(p-1)/p} \\
 dx/dt &\geq v(t) - k^{(p-1)/p} D^{1/p} [1 + (\ln 2)/k] t^{-1}]^{(p-1)/p} - \\
 &pk^{(p-1)/p} D^{1/p} t [1 + (\ln 2)/k] t^{-1}]^{(p-1)/p} (p - 1)/p \{ [1 + (\ln 2)/k] t^{-1} \}^{-}
 \end{aligned}$$

shundan, $p = 2$ uchun, avval ma'lum bo'lgan natija [1, 2] dan kelib chiqadi.

(1) tenglama yechimining invariant xususiyati aniqlanadi, (1)-(2) masala yechimlarining baholari va yuqoridan va pastdan erkin chegara olinadi.

O'ziga o'xshash va taxminan o'ziga o'xshash tahlil asosida (1) tenglamaning turli xil yechimlari topildi va umumlashgan chekli yechim va erkin chegaraning asimptotik xatti-harakati aniqlandi. Uchala kinetika uchun ham yechimni lokalizatsiya qilish sharti olindi. Xususan, agar $l(t)$, $k(p - 2) + m - 1 > 0$ sharti bajarilsa, isbotlangan $\int_0^t v(t) dt < +\infty$, $\int_0^t (\exp((k(p - 2) + m - 1) \int_0^y k(\eta) d\eta)) dy < +\infty, \forall t > 0$

u holda (1), (2) masalalarining yechimi fazoviy jihatdan lokalizatsiya qilinadi.

Yuqorida olingan natijalarga asoslanib, sonli tajribalar o'tkazildi. Taqdim etilgan natijalar (1), (2) masalalarining ko'p o'lchovli holati uchun umumlashtirilgan. Ko'rsatilganidek, $k = k(t)$ uchun ma'lum sharoitlarda chaqnash tarqalish sohasi lokalizatsiya qilinadi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Murray J. Biologiyada chiziqli bo'lmagan diffuziya tenglamalari. Moskva, Mir, 1983, 397 bet.
2. Kolmogorov A. N., Petrovskiy I. G., Piskunov N. S. Modda miqdorining ortishi bilan bog'liq diffuziya tenglamasini o'rganish va uni bitta biologik muammoga qo'llash. Moskva davlat universiteti axborotnomasi, seriya: Matematika va mexanika, 1-jild, 1-25
3. Samarskiy A. A., Kurdyumov S. P., Mixaylov A. P., Galaktionov V. A. Parabolik tipdagi kvaziziiqli tenglamalar uchun portlatish rejimi. Moskva: Nauka, 1987, 487 bet.
4. Belotelov N.V., Lobanov A.I. Nochiziqli diffuziyali populyatsiya modellari. Matematik modellashtirish 1997, 9-jild, 12-son, 43-55
5. Kombe I. Singular pastki tartibli hadli qo'shaloq chiziqli bo'lmagan parabolik tenglamalar, Nonlinear Analysis 2004, 56, 185-199.
6. Aripov M. Nochiziqli chegaraviy masalalarni yechish uchun standart tenglamalar usullari. Toshkent. Fan. 1988. 137- bet.

7. Aripov M. Nyuton bo'lmagan politrofik filtrlash tenglamalari yechimlarining asimptotalari. ZAMM 2000, 80-jild , 3-qo'shimcha , 767-768.

