



**QIMMATLI QOG'OZLAR BOZORINING (B, S) – MODEL.  
QIMMATLI QOG'OZLAR BOZORINING CRR (KOKS – ROSS  
– RUBENSHTEYN) MODEL**

**Matqurbanov Ganjaboy Batir o'g'li**

TATU akademik litseyi, Toshkent, O'zbekiston

Bosh o'qituvchi

matqurbanovganjaboy@gmail.com, +998505996821

**Moshoribova Qunduzoy Sherimmat qizi**

International School Finance Technology and science,

Toshkent, O'zbekiston., o'qituvchi

qunduzoym1998@gmail.com, +998903336821

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20598077>

**ARTICLE INFO**

Qabul qilindi: 1-iyun 2026 yil  
Ma'qullandi: 5-iyun 2026 yil  
Nashr qilindi: 8-iyun 2026 yil

**KEY WORDS**

qimmatli qog'ozlar bozori, (B, S) model, CRR modeli, binomial model, opsiyonlarni baholash, arbitraj.

**ABSTRACT**

*Ushbu maqolada qimmatli qog'ozlar bozorida opsiyonlarni baholashning diskret (B, S) modeli va uning xususiy holati bo'lgan Koks–Ross–Rubenshteyn (CRR) binomial modeli tadqiq etilgan. Ishda aktivlar narxining o'zgarish dinamikasi, arbitrajsizlik va bozor to'liqligi shartlari matematik tahlil qilingan. CRR modelining stoxastik hisob-kitoblari vositasida derivativlar qiymatini aniqlash algoritmlari ko'rsatib berilgan hamda uning amaliy ahamiyati yoritilgan.*

**Kirish**

Qimmatli qog'ozlar bozorida, asosan, ikki xil turdagi obligatsiya (bond) va aksiya (stock) lar oldi-sotdisi bo'ladi. Shu bois, bu bozor (B, S) – (Bond, Stock) bozori ham deyiladi. Bondlarga bank hisob varaqasi (raqami, bank hisobi ham deyiladi, bank qo'yilmalari), obligatsiyalar eng sodda misollar bo'la oladi. Biz endi shu bozorni vaqtning momentlarida o'zgarish dinamikasini o'rganib, uning modelini qurishga harakat qilamiz.

Bunday hollarda bank hisobi va aksiya narxining o'zgarish dinamikasi mos ravishda

$$B = (B_0, B_1, B_2, \dots) = (B_n) \quad \text{va} \quad S = (S_0, S_1, S_2, \dots) = (S_n)$$

lardan iborat bo'ladi.

Yuqorida ta'kidlaganimizdek, bu modelga mos bank hisobini o'zgarishi quyidagi rekurrent munosabatni qanoatlantiradi:

$$B_n = (1+r) \cdot B_{n-1} \text{ yoki } B_n = B_0 \cdot (1+r)^n,$$

bu yerda  $r > 0$  bank foiz stavkasi,  $B_0 > 0$ .

Agar har xil muddat uchun foiz stavkalari har xil bo'lsa, mablag'ning  $n$  momentdagi qiymati

$$B_n = B_{n-1} \cdot (1+r_n) = B_0 \cdot \prod_{k=1}^n (1+r_k)$$

munosabat orqali topiladi.

Aksiya narxining o'zgarishi ham shunga o'xshash

$$S_n = (1+\rho_n) \cdot S_{n-1} = S_0 \cdot \prod_{k=1}^n (1+\rho_k), S_0 > 0,$$

bu yerda  $\rho = (\rho_n)$  - „xaotik“ ketma-ketlik bo'lib, tasodifiy foiz stavkasi bo'ladi. Faraz qilamiz, u faqat ikkita  $a$  va  $b$  ( $-1 < a < r < b$ ) qiymatlar qabul qilsin. U holda qulaylik uchun  $\rho_n$  ni

$$\rho_n = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot \varepsilon_n$$

yoki

$$\rho_n = a + (b-a) \cdot \delta_n$$

ko'rinishda yozish mumkin, bu yerda

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}, \quad \delta_n = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \quad \rho_n = \begin{cases} b \\ a \end{cases}.$$

Bunda  $\rho = (\rho_n)$  - bog'liqsiz bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin va ularning har biri  $a$  va  $b$  qiymatlarni musbat

$$p = P(\rho_n = b), \quad q = P(\rho_n = a) \quad (0 < p, q < 1)$$

ehtimolliklar bilan qabul qilsin.

Demak,  $(B, S)$  - bozorda  $r = (r_n)$  va  $\rho = (\rho_n)$  ketma-ketliklar mos ravishda  $B = (B_n)$ ,  $S = (S_n)$  bank hisobidagi mablag' miqdorining va aksiya narxining o'zgarish tendensiyasini, ya'ni  $(B, S)$  - bozor modelini to'la aniqlab berar ekan.

Agar  $(B, S)$  - bozor uchun

$$r_n \equiv (r), \rho_n = \begin{cases} b_n \\ a_n \end{cases}, a_n \equiv (a), b_n \equiv (b), a < r < b$$

bo'lsa, bunday  $(B, S)$  - bozor modeliga CRR (Koks - Ross - Rubenshteyn) - modeli deyiladi.

Asosiy natijalar.

Investorni  $(B, S)$  - bozorda yo'l tutishi (harakat qilishi) mumkin bo'lgan hollarni qarab chiqamiz. Investorda dastlab,  $X_0 = x$  mablag'i bo'lsin. Shu mablag'ni:

1 - hol. Investor hammasini bank hisobiga qo'yishi mumkin. U holda vaqtning  $n$  - momentida uning mablag'i

$$X_n = (1+r)^n \cdot X_0$$

bo'ladi. Agar investor bank hisobiga  $r > 0$  foiz stavka bilan vaqtning  $N$  momentida kelajakda aniq  $f_N$  summa, daromad olmoqchi bo'lsa, uning boshlang'ich mablag'i  $X_0 = x = (1+r)^{-N} \cdot f_N$  bo'lishi kerak.

2- hol. Investor boshlang'ich mablag'i bo'lgan  $X_0 = x$  summaning hammasiga aksiya sotib olishi mumkin. Aksiya bahosi tasodifiy o'zgargani uchun bu, albatta, qaltis ish, lekin aksiya narxi oshishiga ishonch bo'lsa, bu yomon ish emas. Bu holda, agar  $p$  ehtimollik ma'lum bo'lsa, ya'ni aksiya narxining o'sish ehtimolligi ma'lum bo'lsa, u holda investor vaqtning  $N$  momentida  $f_N$  daromad olishi uchun uning boshlang'ich

$$X_0 = x = (1 + (b \cdot p + a \cdot q))^{-N} \cdot f_N \quad (1)$$

bo'lishi kerak bo'ladi.

3) - hol.  $(B, S)$  -bozorda faoliyat ko'rsatayotgan investor uchun yana uchinchi imkoniyat bor.

Bu holda investor boshlang'ich mablag'  $X_0 = x$  ni bir qismini bank hisobiga, qolgan qismini esa aksiyaga sarflaydi. Bu imkoniyatda vaqtning  $n = 0$  momentida  $B_0$  - deb bitta obligatsiyaning narxini,  $S_0$  - deb bitta aksiyaning narxini belgilaylik. Faraz qilaylik, vaqtning  $n = 0$  momentida investor  $\beta_0$  ta obligatsiyaga va  $\nu_0$  ta aksiyaga ega bo'lsin.  $\beta_0, \nu_0$  sonlar, umuman, ixtiyoriy, musbat, 0 yoki kasr, manfiy sonlar ham bo'lishi mumkin. Birortasi "0" bo'lsa oldingi 1 - ( $\nu_0 = 0$ ) yoki 2 - ( $\beta_0 = 0$ ) hollar bilan ustma-ust tushadi. Manfiy bo'lgan hollarda, masalan,  $\beta_0$  - manfiy bo'lsa, foizi bilan qaytarish shartida bankdan qarz olinganligi tushuniladi,  $\nu_0$  - manfiy bo'lsa, aksiya qarzga olingan deb tushuniladi. Bu holda investorning boshlang'ich mablag'i

$$X_0 = x = \beta_0 \cdot B_0 + \nu_0 \cdot S_0 \quad (2)$$

ga teng bo'ladi. Bunda  $\pi_0 = (\beta_0, \nu_0)$  juftlikka investorning vaqtning  $n = 0$  momentidagi qimmatli qog'ozlar portfeli deyiladi, chunki bu vaqtda investor  $\beta_0$  ta obligasiyaga va  $\nu_0$  ta aksiyaga ega bo'ladi. Yana quyidagicha faraz qilish mumkin bo'lsin: Investor keyingi qadamgacha,  $n = 0$  momentdan keyingi  $n = 1$  momentgacha, ya'ni  $(0, 1)$  vaqt oralig'ida, aksiyaning yangi narxi e'lon qilingunga qadar, u o'zidagi,  $(B_0, S_0)$  -bozor haqidagi ma'lumotlarga asosan, boshlang'ich mablag'ini oshirmagan yoki kamaytirmagan holda, o'z portfelini qayta taqsimlashi, ya'ni  $\pi_0 = (\beta_0, \nu_0)$  ni olib, yangi narxlar e'lon qilinishi oldidan  $\pi_1 = (\beta_1, \nu_1)$  ga o'zgartirishi mumkin deylik. U holda yangi narxlar e'lon qilinishi oldidan investorning boshlang'ich mablag'ining miqdori o'zgarmagan holda  $X_0 = \beta_1 \cdot B_0 + \nu_1 \cdot S_0$  ko'rinishga ega bo'ladi. Vaqtning  $n = 1$  momentiga kelib yangi narxlar e'lon qilinadi va  $(B_0, S_0)$  narx  $(B_1, S_1)$  qiymatga o'zgaradi. Bu holda investorning boshlang'ich mablag'i  $X_0$  dan  $X_1$  qiymatga o'zgaradi, ya'ni

$$X_1 = \beta_1 \cdot B_1 + \nu_1 \cdot S_1$$

U holda farq 
$$\Delta X_1 = X_1 - X_0 = \beta_1 \cdot \Delta B_1 + \nu_1 \cdot \Delta S_1$$

bo'ladi. Shu tarzda, ushbu jarayonni vaqtning ixtiyoriy  $n$  momenti uchun umumlashtirsak formulalar quyidagicha bo'ladi:

$$X_{n-1} = \beta_1 \cdot B_{n-1} + \nu_1 \cdot S_{n-1}$$

$$X_n = \beta_n \cdot B_n + \nu_n \cdot S_n$$

$$\Delta X_n = \beta_n \cdot \Delta B_n + \nu_n \cdot \Delta S_n \quad (3)$$

yoki investorni vaqtning  $n$  - momentidagi umumiy mablag'i

$$X_n = X_0 + \sum_{k=1}^n (\beta_k \cdot \Delta B_k + \nu_k \cdot \Delta S_k) \quad (4)$$

bo'ladi. Bu munosabatni ma'nosi shuki, investor mablag'ining shakllanishi faqat obligatsiya va aksiya narxlarini o'zgarishi  $\Delta B_k$  va  $\Delta S_k$  hisobiga bo'lar ekan. Umuman, vaqtning  $n$  - momentidagi investor mablag'ining o'zgarishi (3) formulalardagidek emas, balki quyidagicha bo'lishi mumkin edi:

$$\Delta X_n = (\beta_n \cdot \Delta B_n + \nu_n \cdot \Delta S_n) + (B_{n-1} \cdot \Delta \beta_n + S_{n-1} \cdot \Delta \nu_n)$$

Lekin (3) formuladan

$$B_{n-1} \cdot \Delta\beta_n + S_{n-1} \cdot \Delta\nu_n = 0 \quad (5)$$

ekanligi kelib chiqadi. Bu esa bank hisobidagi o'zgarish  $B_{n-1} \cdot \Delta\beta_n$  mos minus bilan aksiyadagi  $S_{n-1} \cdot \Delta\nu_n$  o'zgarishga teng degani va aksincha. Bu shartni so'z bilan aytsak  $\pi_n = (\beta_n, \nu_n)$  portfel ( $n \leq N$ ) o'zini o'zi moliyalash prinsipida shakllanganligini anglatadi.

Bu holda portfel o'zini o'zi moliyalashtiruvchi portfel deb ataladi. Kapital  $X_n$  ni o'zgarishini yana quyidagicha ham yozib olish mumkin:

$$\Delta X_n = \beta_n \cdot \Delta B_n + \nu_n \cdot \Delta S_n = \beta_n \cdot r \cdot B_{n-1} + \nu_n \cdot \rho_n \cdot S_{n-1}$$

$$\Delta X_n = r \cdot X_{n-1} + \nu_n \cdot S_{n-1} \cdot (\rho_n - r) \quad (6)$$

Vaqtning  $n$  - momentida yangi narxlar e'lon qilingandan so'ng, (3) formulaga asosan, bank qo'yilmalariga nisbatan investorning mablag'idagi o'zgarishni va umumiy mablag'ini mos ravishda quyidagi formulalar bilan hisoblash mumkin:

$$\Delta \frac{X_n}{B_n} = \frac{X_n}{B_n} - \frac{X_{n-1}}{B_{n-1}} = \nu_n \Delta \frac{S_n}{B_n}, \quad (7)$$

$$\frac{X_n}{B_n} = \frac{X_{n-1}}{B_{n-1}} + \Delta \frac{X_n}{B_n} = \dots = \frac{X_0}{B_0} + \sum_{k=1}^n \nu_k \Delta \frac{S_k}{B_k} \quad (8)$$

Qimmatli qog'ozlar portfeli va to'la bozorning asosiy ko'rsatkichlari Vaqtning  $n$  momentidagi  $\pi_n = (\beta_n, \nu_n)$  ga investorning qimmatli qog'ozlar portfeli deyiladi. Bu yerda  $\beta_n, \nu_n$  lar yuqorida ko'rganimizdek, tanlanish bosqichidan kelib chiqilgan holda, ehtimollar nazariyasi

ma'nosida  $\pi_{n-1} = (S_0, S_1, \dots, S_{n-1}) \sigma$  - algebra orqali o'lchanadigan tasodifiy miqdorlar

bo'ladi, chunki  $\beta_n, \nu_n$  lar o'zidan oldingi ma'lumotlar bo'yicha investor tomonidan tanlanadi.

Bu yerda  $\beta_n$  vaqtning  $n$  momentidagi investorning qimmatli qog'ozlar portfelida obligasiya ulushini,  $\nu_n$  esa aksiya ulushini bildiradi.

Investorning  $\pi = (\pi_n)$  portfellar ketma-ketligiga uning qimmatli qog'ozlar bozorida strategiyasi deyiladi. (5) shartni qanoatlantiruvchi strategiyaga o'z-o'zini moliyalashtiruvchi strategiya deyiladi. Ikkinchidan, agar  $\beta = (\beta_n)$  va  $\nu = (\nu_n)$  deb belgilasak, investorning strategiyasini  $\pi = (\beta, \nu)$  deb ham belgilash mumkin.

Xulosa

"Qimmatli qog'ozlar bozori" dagi jarayonni o'rganib chiqish uchun avvalo qimmatli qog'ozlar to'g'risida yozilgan turli adabiyotlar o'rganildi. Qimmatli qog'ozlarning narxini moliya va

iqtisodda hisoblash jarayoni alohida o'rganildi. Qimmatli qog'ozlarga qanday vositalar kirishi va ular haqida qisqacha tushunchalarda ta'rifi keltirilgan. Shuning bilan birga ulardagi jarayonlarni hisoblash qay tartibda natijalar olishni xususiy hol sifatida o'rganib chiqdik. Bu jarayonda birjadagi o'yinlar qay tartibda amalga oshadi va undan qanday narx tushishi va ko'tarilishi uchun qanday ishlar olib boriladi, Markovits diversifikatsiyasi xatolikdan cheklanishda asosiy muhim o'rin egallashini bilib oldik. Shuning bilan birga u aksiyalarning qanday turlari borligini bilishimiz zarur, shu turlari bo'yicha qanday hisoblanadi, hisoblash formulalari va uning hisoblash jarayoni keltirib o'tilgan. Hamda opsionning qanaqa turlari borligi va hosilaviy qimmatli qog'ozlarga aynan nimalar misol bo'lishi keltirilgan va uni statistikada statistik ko'rsatkichlari haqida ma'lumotlar berilishi o'rganildi. Qimmatli qog'ozlar bozorini o'rganib chiqish jarayonida rivojlangan davlatlarda qanchalik foydalanish ko'rsatkichi yuqori ekanligi ma'lum bo'ldi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Уотшем Т. Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах, Москва «Финансы», Издательское объединение «ЮНИТИ»,1999
2. Вақоев М. Т, Muhamedov A. Moliyaviy matematika Toshkent-2013 o'quv qo'llanmadan
3. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики, том 1, «Факты и модели» и том 2 «Теория», изд-во ФАЗИС – М.,1998.
4. Башарин Г. В. Начало финансовой математики – М.:ИНФЛА-М, 1997.
5. Коволев В. В. Уланов В. А. Курс финансовых вычислений – М. 1994

INNOVATIVE  
ACADEMY