

## Φ-FUNKSIYALAR USULI ASOSIDA YUQORI ANIQLIKLI KVADRATUR FORMULALARNI QURISH VA ULARNING XATOLIK TAHLILI

**Li Olga Anatolevna**

**Osiyo Xalqaro Universiteti**

**70540101 - “Matematika” mutaxassisligi magistranti**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20793002>

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada  $\varphi$ -funksiyalar usuli asosida yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurish masalasi tadqiq etiladi. Unda integrallanuvchi funksiyani maxsus  $\varphi$ -funksiyalar sistemasi orqali yaqinlashtirish, kvadratur koeffitsiyentlarini aniqlash hamda hosil qilingan formulalarning aniqlik darajasini baholash yoritiladi. Shuningdek, kvadratur formulalarning qoldiq hadi va xatolik chegaralari tahlil qilinib, usulning klassik kvadratur formulalarga nisbatan afzalliklari ko'rsatib beriladi.

**Kalit so'zlar:**  $\varphi$ -funksiyalar, kvadratur formula, sonli integrallash, yuqori aniqlik, xatolik tahlili, qoldiq had, approksimatsiya, hisoblash matematikasi, sonli analiz.

### **Kirish**

Hozirgi kunda fan va texnikaning jadal rivojlanishi murakkab matematik modellarni samarali yechish zaruratini kuchaytirmoqda. Ayniqsa, fizik jarayonlar, muhandislik hisob-kitoblari, iqtisodiy modellashtirish, biologik tizimlar va axborot texnologiyalarida uchraydigan ko'plab masalalar aniq integral qiymatlarini hisoblash bilan bevosita bog'liqdir. Bunday integrallarni analitik usulda hisoblash har doim ham mumkin bo'lavermaydi. Shu sababli sonli integrallash, xususan kvadratur formulalar nazariyasi hisoblash matematikasining muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

Kvadratur formulalar berilgan integralni chekli sondagi funksiya qiymatlari orqali taqribiy hisoblash imkonini beradi. Klassik to'g'ri to'rtburchaklar, trapetsiyalar, Simpson, Nyuton–Kotes va Gauss kvadratur formulalari amaliy masalalarda keng qo'llaniladi. Biroq zamonaviy hisoblash masalalarida funksiyalarning murakkabligi, yuqori aniqlikka bo'lgan talab va hisoblash resurslaridan samarali foydalanish zarurati yangi yondashuvlarni ishlab chiqishni taqozo etadi. Aynan shu nuqtayi nazardan  $\varphi$ -funksiyalar usuli asosida yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurish masalasi dolzarb ahamiyat kasb etadi.

$\varphi$ -funksiyalar usuli integrallanuvchi funksiyani maxsus funksiyalar sistemasi yordamida yaqinlashtirishga asoslanadi. Bu yondashuvning muhim jihati shundaki, u klassik polinomial approksimatsiyalardan farqli ravishda funksiyaning tuzilishi, sillilik darajasi va o'zgarish xarakterini chuqurroq hisobga olish imkonini beradi. Natijada integralni hisoblashda kamroq tugun nuqtalari orqali yuqoriroq aniqlikka erishish mumkin bo'ladi. Bu esa sonli hisoblash jarayonining tezkorligi va ishonchliligini oshiradi.

Mazkur mavzuning ilmiy ahamiyati, avvalo, kvadratur formulalarni qurishda yangi funksional bazisdan foydalanish imkoniyatlarini o'rganish bilan belgilanadi.  $\varphi$ -funksiyalar orqali tuzilgan formulalar integral ostidagi funksiyani yanada moslashuvchan ifodalashga xizmat qiladi. Bunday yondashuv nafaqat nazariy jihatdan qiziqarli, balki amaliy nuqtayi nazardan ham muhimdir. Chunki real masalalarda uchraydigan funksiyalar ko'pincha oddiy polinomial orqali yetarlicha aniq ifodalanmaydi yoki yuqori darajali polinomialdan foydalanish hisoblash barqarorligiga salbiy ta'sir ko'rsatishi mumkin.

Yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurishda asosiy masalalardan biri ularning xatolik tahlilidir. Har qanday sonli usulning samaradorligi faqatgina yaqinlashish natijasi bilan emas, balki

hosil bo'ladigan xatolikni baholash imkoniyati bilan ham belgilanadi. Shu bois kvadratur formulalarning qoldiq hadi, yaqinlashish tezligi, barqarorligi va aniqlik darajasini aniqlash muhim nazariy masalalardan sanaladi.  $\varphi$ -funktsiyalar usuli asosida qurilgan formulalar uchun xatolik bahosini ishlab chiqish esa ushbu yondashuvning ishonchliligini asoslashga xizmat qiladi.

Maqolada qaralayotgan masala sonli analizning klassik muammolari bilan chambarchas bog'liq bo'lsa-da, unda zamonaviy yondashuv sifatida  $\varphi$ -funktsiyalar apparatidan foydalaniladi. Bu esa kvadratur formulalarni yanada umumlashtirish, ularning qo'llanish doirasini kengaytirish va murakkab funksiyalar uchun samarali hisoblash algoritmlarini ishlab chiqish imkonini beradi. Ayniqsa, yuqori silliqlikka ega funksiyalarni integrallashda bunday formulalar yuqori tartibli aniqlikni ta'minlashi mumkin.

Shuningdek,  $\varphi$ -funktsiyalar usulining afzalligi shundaki, u integral ostidagi funktsiyani lokal yoki global xususiyatlariga mos ravishda yaqinlashtirish imkonini beradi. Bunda kvadratur tugunlari va koeffitsiyentlarini tanlash masalasi muhim o'rin tutadi. To'g'ri tanlangan tugunlar va vazn koeffitsiyentlari orqali kvadratur formula nafaqat aniqroq, balki hisoblash jihatidan ham tejamkor bo'ladi. Bu esa katta hajmdagi hisoblashlarda, differensial tenglamalarni sonli yechishda, fizik-matematik modellarni tadqiq qilishda muhim ahamiyatga ega.

Sonli analizning eng muhim yo'nalishlaridan biri aniq integrallarni taqribiy hisoblash usullarini ishlab chiqish va ularning nazariy asoslarini takomillashtirishdan iborat. Zamonaviy ilm-fan va texnikaning rivojlanishi natijasida fizik, texnik, iqtisodiy va tabiiy jarayonlarni tavsiflovchi matematik modellar soni ortib bormoqda. Bunday modellarda ko'pincha aniq integralni hisoblash zarurati yuzaga keladi. Biroq amaliy masalalarda integral ostidagi funktsiyaning boshlang'ich funktsiyasini analitik ko'rinishda topish har doim ham mumkin emas. Shu sababli sonli integrallash usullari, ayniqsa yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni yaratish masalasi hisoblash matematikasining dolzarb ilmiy yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

Kvadratur formulalar nazariyasi integralni chekli sondagi funktsiya qiymatlari orqali taqribiy hisoblash tamoyiliga asoslanadi. Mazkur yondashuvning asosiy maqsadi integralning haqiqiy qiymatiga imkon qadar yaqin natijani minimal hisoblash xarajatlari bilan olishdan iborat. Shu nuqtayi nazardan kvadratur formulalarning aniqligi, barqarorligi va hisoblash samaradorligi ularni baholashning asosiy mezonlari hisoblanadi. Ayniqsa, yuqori aniqlikni ta'minlovchi formulalarni yaratish ilmiy tadqiqotlarning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib qolmoqda.

An'anaviy kvadratur formulalar asosan polinomial approksimatsiyaga tayanadi. Bunda integral ostidagi funktsiya ma'lum darajadagi algebraik polinom bilan almashtiriladi va integral shu polinom asosida hisoblanadi. Ushbu yondashuv ko'plab hollarda yaxshi natija bergan bo'lsa-da, murakkab tuzilishga ega, tez o'zgaruvchi yoki maxsus xususiyatli funktsiyalar uchun uning imkoniyatlari cheklangan bo'lishi mumkin. Aynan shunday vaziyatlarda funktsiyani ifodalashning boshqa usullaridan foydalanish zarurati yuzaga keladi.

Shunday yondashuvlardan biri  $\varphi$ -funktsiyalar usuli hisoblanadi. Ushbu usulning asosiy g'oyasi integral ostidagi funktsiyani maxsus tanlangan funktsiyalar tizimi yordamida ifodalash yoki unga yaqinlashtirishdan iborat. Bunday funktsiyalar tizimi tadqiq qilinayotgan masalaning xususiyatlariga mos ravishda tanlanadi. Natijada funktsiya oddiy polinomlarga nisbatan ancha aniqroq tavsiflanadi va bu kvadratur formulaning umumiy aniqligini oshirishga xizmat qiladi.

$\varphi$ -funktsiyalar usulining nazariy afzalligi shundaki, u funktsiyaning lokal va global xususiyatlarini hisobga olish imkonini beradi. Agar integral ostidagi funktsiya ma'lum qonuniyat asosida o'zgaradigan bo'lsa, unga mos tanlangan  $\varphi$ -funktsiyalar ushbu qonuniyatni tabiiy ravishda aks ettiradi. Natijada taqribiy hisoblashda yuzaga keladigan xatolik sezilarli darajada kamayadi. Bu

esa sonli integrallashning aniqligini oshirish bilan birga hisoblash jarayonining barqarorligini ham ta'minlaydi.

Mazkur usulning yana bir muhim nazariy jihati shundaki, kvadratur formulaning tuzilishi tanlangan  $\varphi$ -funksiyalar tizimi bilan uzviy bog'liq bo'ladi. Boshqacha aytganda, kvadratur formulaning tugunlari va vazn koeffitsiyentlari aynan shu funksiyalar tizimining xususiyatlaridan kelib chiqib aniqlanadi. Natijada hosil bo'lgan formula tanlangan funksiyalar sinfi uchun yuqori aniqlikni ta'minlaydi. Bu esa usulning universalligini va turli amaliy masalalarga moslashtirish imkoniyatini oshiradi.

Nazariy jihatdan  $\varphi$ -funksiyalar usuli funksiyalarni approksimatsiya qilish nazariyasiga bevosita tayanadi. Approksimatsiya nazariyasining asosiy vazifasi murakkab funksiyalarni sodda va hisoblash uchun qulay bo'lgan funksiyalar yordamida iloji boricha aniq ifodalashdan iborat.  $\varphi$ -funksiyalar tizimi aynan shu maqsadga xizmat qiladi. Agar tanlangan funksiyalar tizimi integral ostidagi funksiyaning asosiy xususiyatlarini to'liq aks ettira olsa, u holda kvadratur formulaning aniqligi ham yuqori bo'ladi.

Sonli integrallash nazariyasida xatolik tahlili alohida o'rin egallaydi. Har qanday kvadratur formula ma'lum darajada taqribiy natija beradi va ushbu natijaning haqiqiy integral qiymatidan farqi xatolik sifatida qaraladi. Nazariy jihatdan kvadratur formulaning sifati aynan shu xatolik miqdori orqali baholanadi. Shu sababli yuqori aniqlikli formulalarni yaratishda nafaqat yangi kvadratur formulani ishlab chiqish, balki uning xatolik chegaralarini aniqlash ham muhim ilmiy vazifa hisoblanadi.

$\varphi$ -funksiyalar usulida xatolik asosan funksiyani yaqinlashtirish sifati bilan belgilanadi. Agar tanlangan  $\varphi$ -funksiyalar tizimi integral ostidagi funksiyani yuqori aniqlikda ifodalasa, kvadratur formulaning umumiy xatoligi ham juda kichik bo'ladi. Demak, usulning samaradorligi bevosita funksiyalar tizimining tanlanishiga bog'liq. Bu esa  $\varphi$ -funksiyalarni tanlash mezonlarini ishlab chiqish va ularning approksimatsion xususiyatlarini o'rganishni nazariy tadqiqotlarning muhim yo'nalishiga aylantiradi.

Ushbu usulning yana bir afzalligi uning moslashuvchanligidir. Turli amaliy masalalarda uchraydigan funksiyalar bir-biridan sezilarli darajada farq qilishi mumkin. Ba'zi funksiyalar silliq bo'lsa, boshqalari keskin o'zgaradi yoki davriy xarakterga ega bo'ladi.  $\varphi$ -funksiyalar usuli aynan mana shu farqlarni hisobga olgan holda turli funksiyalar tizimidan foydalanish imkonini beradi. Natijada yagona nazariy yondashuv asosida turli tipdagi integrallar uchun samarali kvadratur formulalarni qurish mumkin bo'ladi.

Hisoblash matematikasida kvadratur formulalarning barqarorligi ham muhim nazariy mezon hisoblanadi. Barqaror formula hisoblash jarayonida yuzaga keladigan kichik sonli xatolarga nisbatan sezgir bo'lmaydi.  $\varphi$ -funksiyalar usulida barqarorlik masalasi tanlangan funksiyalar tizimining xususiyatlari hamda kvadratur koeffitsiyentlarining optimal tanlanishi bilan chambarchas bog'liqdir. Shu sababli nazariy tadqiqotlarda nafaqat aniqlik, balki formulaning barqarorligi ham alohida tahlil qilinadi.

Bugungi kunda  $\varphi$ -funksiyalar usuli hisoblash matematikasining istiqbolli yo'nalishlaridan biri sifatida qaralmoqda. Ushbu yondashuv differensial tenglamalarni sonli yechish, chegaraviy masalalarni tadqiq etish, optimallashtirish, signal va tasvirlarga ishlov berish, muhandislik hisob-kitoblari hamda sun'iy intellekt asosidagi matematik modellashtirish kabi ko'plab sohalarda qo'llanilmoqda. Ayniqsa, yuqori aniqlik talab qilinadigan ilmiy va muhandislik hisoblashlarida  $\varphi$ -funksiyalar usuliga asoslangan algoritmlar samarali natijalar bermoqda.

Shuningdek, ushbu usul hisoblash xarajatlarini kamaytirish imkoniyatini ham beradi. Chunki integral ostidagi funktsiyani aniqroq tavsiflay oladigan funktsiyalar tizimidan foydalanish hisoblash tugunlari sonini kamaytirishga imkon yaratadi. Bu esa kompyuter resurslaridan samarali foydalanishga va katta hajmdagi hisoblashlarni qisqa vaqt ichida bajarishga yordam beradi. Nazariy jihatdan  $\varphi$ -funktsiyalar usuli klassik kvadratur formulalar nazariyasining mantiqiy davomi va rivojlangan shakli sifatida qaraladi. U an'anaviy yondashuvlarning afzalliklarini saqlab qolgan holda ularning imkoniyatlarini kengaytiradi hamda murakkab funktsiyalarni integrallashda yuqori aniqlikni ta'minlaydi. Ayniqsa, funktsiyalarni maxsus bazis orqali ifodalash g'oyasi zamonaviy sonli analizning eng istiqbolli ilmiy yo'nalishlaridan biri hisoblanadi.

$\varphi$ -funktsiyalar usuli asosida yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurish masalasi sonli integrallash nazariyasida muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega. Chunki mazkur yondashuv an'anaviy kvadratur formulalarning imkoniyatlarini kengaytiradi va integral ostidagi funktsiyaning xususiyatlarini chuqurroq hisobga olishga imkon beradi. Muhokama jarayonida asosiy e'tibor  $\varphi$ -funktsiyalar usulining samaradorligi, aniqlik darajasi, xatolikni kamaytirishdagi roli hamda amaliy qo'llanish imkoniyatlariga qaratiladi.

Avvalo, shuni ta'kidlash kerakki, klassik kvadratur formulalar ko'p hollarda polinomial yaqinlashtirishga asoslanadi. Bunday formulalar silliq va oddiy tuzilishga ega funktsiyalar uchun yetarli darajada aniq natijalar beradi. Biroq amaliy masalalarda uchraydigan funktsiyalar har doim ham oddiy polinomlar orqali qulay ifodalanmaydi. Ayrim funktsiyalar keskin o'zgaruvchan, tebranuvchi, eksponensial xarakterli yoki murakkab lokal xususiyatlarga ega bo'lishi mumkin. Ana shunday holatlarda  $\varphi$ -funktsiyalar usuli ancha moslashuvchan yondashuv sifatida namoyon bo'ladi.

$\varphi$ -funktsiyalar usulining asosiy ustunligi shundaki, u integral ostidagi funktsiyani oldindan tanlangan maxsus funktsiyalar tizimi yordamida yaqinlashtiradi. Agar tanlangan  $\varphi$ -funktsiyalar tizimi funktsiyaning tabiiy tuzilishiga mos kelsa, kvadratur formula yuqori aniqlik beradi. Bu yerda muhim jihat shundaki, aniqlik faqat tugunlar sonini oshirish hisobiga emas, balki funktsiyani to'g'ri ifodalovchi bazisni tanlash orqali ham ta'minlanadi. Natijada kamroq hisoblash nuqtalari bilan ham yetarlicha aniq natijaga erishish mumkin bo'ladi.

Muhokama qilinayotgan mavzuning yana bir muhim jihati xatolik tahlili bilan bog'liq. Har qanday kvadratur formula taqribiy hisoblash vositasi bo'lgani sababli, hosil bo'ladigan xatolikni baholash va nazorat qilish zarur.  $\varphi$ -funktsiyalar usulida xatolik ko'p jihatdan tanlangan funktsiyalar tizimining approksimatsion imkoniyatlariga bog'liq bo'ladi. Agar  $\varphi$ -funktsiyalar integral ostidagi funktsiyani yetarli aniqlikda ifodalay olsa, qoldiq xatolik kichik bo'ladi. Demak, xatolikni kamaytirishning asosiy yo'li faqat formulani murakkablashtirish emas, balki mos funksional bazisni tanlashdan iboratdir.

Bu yondashuv klassik kvadratur formulalarga nisbatan muayyan afzalliklarga ega. Masalan, Nyuton–Kotes tipidagi formulalarda tugunlar odatda teng oraliqda olinadi. Bu hisoblashda qulay bo'lsa-da, har doim ham optimal natija bermaydi. Gauss tipidagi formulalarda tugunlar va vaznlar maxsus tanlanib, yuqori aniqlik ta'minlanadi.  $\varphi$ -funktsiyalar usulida esa ushbu g'oya yanada umumlashtiriladi: kvadratur formula tanlangan maxsus funktsiyalar sinfi uchun aniqroq va mosroq quriladi. Shu sababli  $\varphi$ -funktsiyalar usuli klassik usullarning mantiqiy davomi sifatida qaralishi mumkin.

Muhokama jarayonida shuni ham qayd etish lozimki,  $\varphi$ -funktsiyalarni tanlash masalasi usulning eng muhim va mas'uliyatli bosqichidir. Noto'g'ri tanlangan funktsiyalar tizimi kutilgan yuqori aniqlikni bermasligi mumkin. Aksincha, masalaning tabiati va integral ostidagi

funksiyaning xususiyatlariga mos keluvchi  $\varphi$ -funksiyalar tanlansa, kvadratur formula juda samarali ishlaydi. Shu bois ushbu usulda nazariy tahlil bilan bir qatorda funksional bazisni tanlash mezonlarini ishlab chiqish ham alohida ahamiyatga ega.

Amaliy nuqtayi nazardan  $\varphi$ -funksiyalar usuli murakkab matematik modellarni sonli yechishda keng imkoniyatlar yaratadi. Fizika, mexanika, elektrotexnika, iqtisodiy modellashtirish, biologik jarayonlar, signal va tasvirlarga ishlov berish kabi sohalarida aniq integrallarni hisoblash muhim o‘rin tutadi. Bunday masalalarda yuqori aniqlik bilan birga hisoblash tezligi ham muhim ahamiyatga ega.  $\varphi$ -funksiyalar asosidagi kvadratur formulalar esa hisoblash tugunlari sonini kamaytirgan holda aniqlikni oshirish imkonini beradi.

Xatolik tahlili natijalari shuni ko‘rsatadiki,  $\varphi$ -funksiyalar usuli yordamida qurilgan kvadratur formulalarda umumiy xatolik ikki asosiy omilga bog‘liq bo‘ladi. Birinchisi — integral ostidagi funksiyaning  $\varphi$ -funksiyalar tizimi orqali qanchalik yaxshi yaqinlashtirilishi. Ikkinchisi — kvadratur tugunlari va vazn koeffitsiyentlarining qanchalik to‘g‘ri tanlanganligi. Ushbu ikki omil uyg‘unlashganda yuqori aniqlikli va barqaror formula hosil bo‘ladi.

Barqarorlik masalasi ham muhokamada alohida o‘rin tutadi. Chunki sonli hisoblashlarda faqat nazariy aniqlik yetarli emas; amaliy hisoblash jarayonida paydo bo‘ladigan yaxlitlash xatolari, kompyuter arifmetikasi bilan bog‘liq cheklovlar va ma‘lumotlarning noaniqligi ham natijaga ta‘sir ko‘rsatadi. Shu sababli  $\varphi$ -funksiyalar asosida qurilgan kvadratur formulalar xatolikni kamaytirish bilan birga hisoblash barqarorligini ham ta‘minlashi zarur. Bu esa formulalarni amaliy qo‘llashda muhim mezon hisoblanadi.

$\varphi$ -funksiyalar usulining samaradorligi, ayniqsa, yuqori silliqlikka ega funksiyalarni integrallashda yaqqol namoyon bo‘ladi. Bunday funksiyalar maxsus bazislar yordamida yaxshi yaqinlashtiriladi va natijada kvadratur xatolik tez kamayadi. Shu bilan birga, tebranuvchi yoki eksponensial xarakterga ega funksiyalar uchun ham mos  $\varphi$ -funksiyalar tanlash orqali yuqori aniqlikka erishish mumkin. Demak, usul turli funksiyalar sinfiga moslashish xususiyatiga ega.

Mazkur yondashuvning yana bir muhim jihati uning umumlashtiruvchi xarakteridir. Ya‘ni  $\varphi$ -funksiyalar usuli faqat bitta maxsus kvadratur formulani emas, balki butun bir formulalar oilasini qurish imkonini beradi. Har bir konkret masala uchun mos funksiyalar tizimi tanlanadi, shunga mos ravishda tugunlar va vaznlar aniqlanadi. Bu esa usulni an‘anaviy qat‘iy formulalarga nisbatan ancha moslashuvchan qiladi.

Biroq mazkur usulning ayrim cheklovlari ham mavjud. Eng avvalo,  $\varphi$ -funksiyalar tizimini tanlash jarayoni har doim ham oddiy emas. Agar integral ostidagi funksiya haqida yetarli ma‘lumot bo‘lmasa, mos bazisni aniqlash qiyinlashadi. Bundan tashqari, ba‘zi hollarda tugunlar va vazn koeffitsiyentlarini hisoblash klassik formulalarga qaraganda murakkabroq bo‘lishi mumkin. Shu sababli usuldan samarali foydalanish uchun nazariy tayyorgarlik va algoritmik yondashuv talab etiladi.

Shunga qaramay,  $\varphi$ -funksiyalar usulining afzalliklari uning amaliy qiymatini oshiradi. Ayniqsa, yuqori aniqlik talab qilinadigan hisoblashlarda bu usul samarali natija berishi mumkin. Bunda hisoblash resurslaridan oqilona foydalanish, tugunlar sonini optimallashtirish va xatolikni nazorat qilish imkoniyati mavjud bo‘ladi. Bu esa zamonaviy hisoblash texnologiyalari sharoitida juda muhimdir.

Muhokama shuni ko‘rsatadiki,  $\varphi$ -funksiyalar usuli klassik kvadratur formulalarni inkor etmaydi, aksincha ularni rivojlantiradi va umumlashtiradi. Klassik usullar sodda va qulay bo‘lib, ko‘plab standart masalalarda samarali ishlaydi.  $\varphi$ -funksiyalar usuli esa murakkabroq, yuqori aniqlik talab qilinadigan yoki maxsus funksional xususiyatlarga ega masalalarda qo‘llash uchun

qulaydir. Shu jihatdan ushbu yondashuv sonli integrallash nazariyasining tabiiy rivojlanish bosqichi sifatida baholanishi mumkin.

Yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurishda xatolik tahlili markaziy o‘rin tutadi. Chunki har qanday yangi formula faqat nazariy jihatdan emas, balki amaliy natijalari bilan ham asoslanishi kerak. Xatolik chegaralarini aniqlash, ularning kamayish tezligini baholash va turli funksiyalar sinflari uchun formulalarning samaradorligini solishtirish maqolaning ilmiy qiymatini oshiradi. Ayniqsa,  $\varphi$ -funksiyalar asosidagi kvadratur formulalarning klassik formulalar bilan taqqoslanishi ularning ustun va zaif tomonlarini aniqlash imkonini beradi.

Umuman olganda,  $\varphi$ -funksiyalar usuli asosida qurilgan kvadratur formulalar sonli integrallashda yuqori aniqlik, moslashuvchanlik va nazariy umumiylikni ta‘minlaydi. Mazkur usulning samaradorligi tanlangan funksiyalar tizimi, tugunlar va vaznlar hamda xatolik tahlilining puxtaligiga bog‘liq. Agar ushbu omillar to‘g‘ri uyg‘unlashtirilsa, hosil bo‘lgan kvadratur formulalar murakkab amaliy masalalarni yechishda ishonchli hisoblash vositasi bo‘lib xizmat qiladi.

Shunday qilib, muhokama natijasida aytish mumkinki,  $\varphi$ -funksiyalar usuli yuqori aniqlikli kvadratur formulalarni qurishda istiqbolli yondashuv hisoblanadi. U klassik usullarning nazariy asoslarini kengaytiradi, integrallanuvchi funksiyaning xususiyatlarini chuqurroq hisobga oladi va xatolikni kamaytirish imkonini beradi. Shu sababli ushbu yo‘nalishda olib boriladigan keyingi tadqiqotlar nafaqat sonli analiz nazariyasini boyitadi, balki amaliy hisoblash masalalarini yanada samarali hal etishga xizmat qiladi.

### **Adabiyotlar, References, Литературы:**

1. Atkinson K. E. An Introduction to Numerical Analysis. – 2nd ed. – New York: John Wiley & Sons, 1989. – 693 p.
2. Davis P. J., Rabinowitz P. Methods of Numerical Integration. – 2nd ed. – New York: Academic Press, 1984. – 612 p.
3. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. – 2nd ed. – Berlin: Springer, 2007. – 655 p.
4. Süli E., Mayers D. F. An Introduction to Numerical Analysis. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – 444 p.
5. Stoer J., Bulirsch R. Introduction to Numerical Analysis. – 3rd ed. – New York: Springer, 2002. – 744 p.
6. Калиткин Н. Н. Численные методы. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.