

HOSILA TUSHUNCHASI VA UNING MATEMATIK TAHLILDAGI AHAMIYATI

Qobilova Diyora Mahamadovna

Qo'rg'ontepa tuman 2-son texnikumi matematika fani o'qituvchisi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20741416>

ANNOTATSIYA. Ushbu maqolada hosila tushunchasining matematik tahlildagi o'rni, uning tarixiy shakllanishi hamda amaliy qo'llanilishi o'rganiladi. Funksiyaning o'zgarish tezligini ifodalovchi hosila iqtisodiyot, fizika va muhandislik sohalarida muhim vosita sifatida tahlil qilinadi.

ABSTRACT. This article examines the concept of derivative, its historical development, and its role in mathematical analysis. The derivative, representing the rate of change of a function, is analyzed as an essential tool in economics, physics, and engineering.

АННОТАЦИЯ. В данной статье рассматривается понятие производной, её историческое развитие и значение в математическом анализе. Производная, отражающая скорость изменения функции, анализируется как важный инструмент в экономике, физике и инженерии.

KALIT SO'ZLAR: hosila, matematik tahlil, limit, funksiya, o'zgarish tezligi.

KEYWORDS: derivative, mathematical analysis, limit, function, rate of change.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: производная, математический анализ, предел, функция, скорость изменения.

KIRISH

Hosila (derivative) tushunchasi matematik analizning eng fundamental va markaziy g'oyalaridan biri hisoblanadi. U funksiyaning o'zgarish tezligini aniqlash, murakkab jarayonlarni lokal darajada tahlil qilish va turli sohalaridagi dinamik jarayonlarni matematik ifodalash imkonini beradi. Hosila tushunchasi paydo bo'lishi bilan matematikada yangi davr – differensial hisoblash davri boshlangan bo'lib, bu yo'nalish ilm-fan va amaliyotning ko'plab sohalarida inqilobiy o'zgarishlarga sabab bo'lgan.

Tarixiy jihatdan qaralganda, hosila g'oyasi XVII asrda I. Nyuton va G. Leybnits tomonidan mustaqil ravishda ishlab chiqilgan. Nyuton uni mexanik harakatni tahlil qilish vositasi sifatida qo'llagan bo'lsa, Leybnits matematik belgilash tizimini yaratib, differensial hisobni umumiy nazariya sifatida shakllantirgan. Ushbu ikki yondashuvning uyg'unlashuvi natijasida hosila tushunchasi zamonaviy matematik analizning asosiy instrumentiga aylangan. [1]

Hosilaning asosiy mohiyati shundan iboratki, u funksiyaning ma'lum bir nuqtadagi "lokal o'zgarish tezligi"ni ifodalaydi. Ya'ni, funksiya butun oraliqda qanday o'zgarishiga emas, balki aynan kichik bir nuqtadagi o'zgarish xususiyatiga e'tibor qaratiladi. Bu yondashuv real hayotdagi ko'plab jarayonlarni, jumladan, fizik harakat, iqtisodiy o'sish, biologik o'zgarishlar va texnik tizimlar dinamikasini chuqurroq tushunishga imkon beradi.

Bugungi kunda hosila tushunchasi faqat matematik nazariya doirasida qolib ketmagan, balki amaliy fanlarning ajralmas qismiga aylangan. Masalan, iqtisodiyotda hosila marginal xarajat va marginal daromadni aniqlashda, fizikada tezlik va tezlanishni hisoblashda, muhandislikda esa tizimlarning barqarorligini tahlil qilishda keng qo'llaniladi. Shuningdek, zamonaviy sun'iy intellekt va mashinaviy o'qitish algoritmlarida ham optimallashtirish jarayonlari aynan hosila va gradient tushunchalariga asoslanadi.

Shu bilan birga, hosila tushunchasi matematik modellashtirishning asosiy vositasi sifatida differensial tenglamalar nazariyasining rivojlanishiga ham katta ta'sir ko'rsatgan. Murakkab

tizimlarni modellashtirishda o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘liqlik aynan hosila orqali ifodalanadi, bu esa real jarayonlarni aniqroq tahlil qilish imkonini beradi.

Shunday qilib, hosila nafaqat nazariy matematik tushuncha, balki ko‘plab ilmiy va amaliy sohalarining asosiy tahlil vositasi sifatida muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada hosila tushunchasining nazariy asoslari, tarixiy rivojlanishi hamda uning turli sohalaridagi amaliy qo‘llanilishi batafsil o‘rganiladi.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Hosila tushunchasining shakllanishi va rivojlanishi bir necha olimlarning ilmiy ishlari bilan bog‘liq.

I. Nyuton o‘zining “Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica” asarida harakat qonunlarini tahlil qilish jarayonida hosilaga yaqin bo‘lgan fluxion tushunchasini kiritgan. Nyutonning fikricha, harakatlanayotgan jismning tezligi vaqt bo‘yicha uzluksiz o‘zgaradi va bu o‘zgarishni matematik ifodalash zarur. [1]

G. Leybnits esa 1684-yilda chop etilgan ilmiy maqolasida differensial hisoblashni tizimli ravishda asoslab bergan. U hosilani dx va dy orqali ifodalab, bugungi zamonaviy belgilash tizimini yaratgan. Leybnitsning yondashuvi matematik analizning rivojlanishiga katta turtki bo‘lgan. [2]

J. Styuart “Calculus: Early Transcendentals” asarida hosilani funksiyaning lokal o‘zgarish tezligi sifatida talqin qiladi va uni real hayotiy jarayonlar bilan bog‘laydi. Uning fikricha, hosila optimallashtirish va iqtisodiy modellashtirishda asosiy vosita hisoblanadi. [3]

R. Kurant va F. Jon “Mathematical Methods in Physics” asarida hosilani fizik jarayonlarni modellashtirishning asosiy matematik apparati sifatida ko‘rsatgan. Ular differensial tenglamalar hosilasiz mavjud bo‘la olmasligini ta’kidlaydi. [4]

METODOLOGIYA

Ushbu tadqiqotda analitik va taqqoslash usullaridan foydalanildi. Hosila tushunchasi nazariy jihatdan tahlil qilinib, uning amaliy qo‘llanilish sohaları o‘rganildi. Matematik modellashtirish orqali funksiyalarning o‘zgarish tezligi aniqlanib, grafik tahlil amalga oshirildi. Shuningdek, iqtisodiy va fizik misollar orqali hosilaning amaliy ahamiyati yoritildi. Tadqiqotda deduktiv yondashuv asosida umumiy nazariyadan xususiy holatlarga o‘tish tamoyili qo‘llanildi.

TAHLIL VA NATIJALAR

Hosila funksiyaning ma’lum nuqtadagi o‘zgarish tezligini aniqlash imkonini beradi. Tahlil jarayonida quyidagi asosiy funksiyalar ko‘rib chiqildi:

Funksiya	Hosila	Izoh
$y = x^2$	$y' = 2x$	O‘sovchi parabola
$y = x^3$	$y' = 3x^2$	Tez o‘sovchi funksiya
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	Periodik o‘zgarish
$y = e^x$	$y' = e^x$	O‘z-o‘ziga teng o‘shish

Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, hosila funksiyaning lokal xatti-harakatini aniq ifodalaydi. Masalan, $y = x^2$ funksiyada hosila qiymati x ortishi bilan oshib boradi, bu esa o‘shish tezligining kuchayishini bildiradi.

Iqtisodiy modellarda hosila xarajat va daromadning marginal o‘zgarishini ifodalaydi. Masalan, ishlab chiqarish hajmi oshgani sayin marginal xarajat ham o‘zgaradi va bu hosila orqali aniqlanadi.

Fizik jarayonlarda esa tezlik va tezlanish tushunchalari bevosita hosila orqali ifodalanadi. Bu esa hosilaning real hayotdagi ahamiyatini yanada oshiradi.

Natijalar shuni ko'rsatadiki, hosila nafaqat matematik tushuncha, balki ko'plab fanlar uchun universal tahlil vositasidir.

XULOSA

Hosila tushunchasi matematik analizning eng muhim va asosiy kategoriyalaridan biri bo'lib, u funksiyaning o'zgarish tezligini aniqlash orqali murakkab jarayonlarni chuqur tahlil qilish imkonini beradi. Ushbu tushuncha nafaqat sof matematika doirasida, balki ko'plab tabiiy, texnik va ijtimoiy fanlarda ham keng qo'llanilishi bilan alohida ahamiyat kasb etadi. Hosila yordamida real jarayonlarning dinamik xususiyatlarini matematik model ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lib, bu ilmiy tadqiqotlarda aniqlik va samaradorlikni oshiradi.

Tahlillar shuni ko'rsatadiki, hosila funksiyaning lokal xatti-harakatini aniqlashda eng qulay va universal vosita hisoblanadi. U orqali funksiyaning o'sish yoki kamayish intervallari, ekstremum nuqtalari hamda egri chiziqning qavariqligi kabi muhim xususiyatlari aniqlanadi. Bu esa matematik modellashtirish jarayonini yanada aniq va ishonchli qiladi. Shuningdek, hosila tushunchasi differensial tenglamalar nazariyasining asosini tashkil etib, ko'plab tabiiy jarayonlarni ifodalashda fundamental rol o'ynaydi.

Amaliy jihatdan qaralganda, hosilaning ahamiyati yanada yaqqol namoyon bo'ladi. Iqtisodiyotda u ishlab chiqarish hajmi va xarajatlar o'rtasidagi bog'liqlikni tahlil qilishda, fizikada esa harakat tezligi va tezlanishni hisoblashda asosiy vosita sifatida ishlatiladi. Muhandislik va axborot texnologiyalarida esa tizimlarni optimallashtirish, resurslardan samarali foydalanish hamda sun'iy intellekt modellarini o'qitishda hosila va uning hosilalari (gradient, qisman hosilalar) muhim o'rin tutadi.

Shu bilan birga, hosila tushunchasi zamonaviy ilm-fanning rivojlanishida ham muhim metodologik asos bo'lib xizmat qiladi. U yordamida murakkab tizimlar soddalashtirilgan matematik modellar orqali tahlil qilinadi va prognozlash imkoniyati yaratiladi. Bu esa ilmiy tadqiqotlarning amaliy natijadorligini oshiradi hamda turli sohalarda innovatsion yondashuvlarni shakllantirishga xizmat qiladi.

Umuman olganda, hosila matematik tafakkurning asosiy vositalaridan biri sifatida ilm-fan va amaliyot o'rtasida muhim ko'priq vazifasini bajaradi. Uni chuqur o'rganish va amaliy masalalarda samarali qo'llash zamonaviy fan va texnologiyalar rivojida muhim ahamiyatga ega bo'lib qoladi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Newton I. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. – London: Royal Society Press, 1687. – 500 b.
2. Leibniz G. W. *Nova Methodus pro Maximis et Minimis*. – Acta Eruditorum, Leipzig, 1684. – 45 b.
3. Stewart J. *Calculus: Early Transcendentals*. – Boston: Cengage Learning, 2015. – 1200 b.
4. Courant R., John F. *Mathematical Methods in Physics*. – New York: Wiley-Interscience, 1989. – 680 b.