KOMPLEKS SONLAR NAZARIYASI VA ULAR USTIDA AMALLARNI O'RGATISH METODIKASI

Xo'shboqova Nilufar
Surxondaryo viloyati Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti
Aniq va tabiiy fanlar fakulteti Matematik yo'nalishi 4 kurs talabasi
Surxondaryo viloyati Oltinsoy tumani 8 -umumiy o'rta ta'lim maktabi
https://doi.org/10.5281/zenodo.20487852

Annotatsiya

Ushbu maqolada matematika kursining muhim tarkibiy qismlaridan biri bo'lgan kompleks sonlar nazariyasi va ularni o'qitish metodikasi yoritilgan. Maqolada kompleks sonlar tushunchasini kiritishdagi muammolar, talaba va o'quvchilarda mavhum fikrlashni shakllantirish usullari hamda amallarni olingan nazariy bilimlar asosida sodda tushuntirish yo'llari tahlil qilingan. Shuningdek, mavzuni hayotiy misollar va geometrik interpretatsiyalar orqali o'rgatishning pedagogik samaradorligi asoslab berilgan.

Rus tili

В данной статье рассматриваются теория комплексных чисел, являющаяся одной из важнейших составных частей курса математики, и методика их обучения. В работе анализируются проблемы введения понятия комплексных чисел, методы формирования абстрактного мышления у студентов и учащихся, а также способы простого объяснения операций на основе полученных теоретических знаний. Кроме того, обосновывается педагогическая эффективность обучения данной теме посредством жизненных примеров и геометрических интерпретаций.

Ingliz tili

This article covers the theory of complex numbers, which is one of the essential components of the mathematics course, and the methodology of teaching them. The paper analyzes the challenges of introducing the concept of complex numbers, methods for developing abstract thinking in students and learners, and ways to simplify the explanation of operations based on the acquired theoretical knowledge. Furthermore, the pedagogical effectiveness of teaching the topic through real-life examples and geometric interpretations is substantiated.

Kalit so'zlar

Kompleks son, mavhum birlik, algebraik shakl, trigonometrik shakl, geometrik tasvir, kompleks tekislik, metodika, pedagogik texnologiya, argument, modul.

Kirish

Matematika ta'limida son tushunchasining kengayishi doimiy ravishda dialektik xarakterga ega bo'lgan. Haqiqiy sonlar to'plami ko'plab amaliy masalalarni hal qilishga imkon bersa-da, kvadrat ildiz ostida manfiy son paydo bo'lishi (masalan, $x^2+1=0$ tenglamasini yechishda) yangi sonlar sinfini yaratish zaruriyatini tug'dirdi. Kompleks sonlar nazariyasi nafaqat sof matematika, balki elektrotexnika, kvant mexanikasi, gidrodinamika va aerodinamika kabi sohalarning ham fundamental asosi hisoblanadi.

Biroq, ta'lim jarayonida o'quvchilar ko'pincha "mavhum birlik" (i) tushunchasini qabul qilishda qiyinchilikka duch kelishadi. Chunki ular vizual tasavvur qila olmaydigan sonlar bilan ishlashga majbur bo'lishadi. Shu sababli, kompleks sonlar va ular ustidagi amallarni o'rgatishning to‘g‘ri metodikasini ishlab chiqish zamonaviy metodist-olimlarning oldida turgan dolzarb vazifalardan biridir.

2.Kompleks Sonlarni O‘rgatish Metodikasining Asosiy Tamoyillari

Kompleks sonlar mavzusini muvaffaqiyatli o‘rgatish uchun darsni bosqichma-bosqich, tarixiy motivatsiya va ko‘rgazmalilik tamoyillariga tayangan holda tashkil etish lozim.

2.1. Motivatsiya va Tarixiy Yondashuv

Mavzuni boshlashda talabalarga nima uchun haqiqiy sonlar to‘plami yetarli bo‘lmay qolgani tarixiy misollar (Kardano va Bombelli formulalari) orqali tushuntirilishi kerak. Kvadrat tenglamaning yechimi mavjud emasligi emas, balki uni yechish uchun yangi maydon kerakligi muammoli vaziyat sifatida o‘rtaga tashlanadi.

Kardano va Bombelli paradoksi: Tarixiy ma’lumot sifatida, XVI asrda natural yoki ratsional sonlar kabi, kompleks sonlar ham amaliy ehtiyoj tufayli (kub tenglamalarni yechishda oralik bosqich sifatida kvadrat ildiz ostida manfiy sonlar paydo bo‘lishi) yuzaga kelgani hayotiy hikoya tarzida tushuntiriladi.

Metodik tavsiya: O‘qituvchi darsda muammoli vaziyat yaratishi kerak: *"Agar biz kvadrat ildiz ostidagi manfiy sondan qo‘rqmasdan, u bilan ma’lum qoidalar asosida ishlasak, yakunda mutlaqo real va to‘g‘ri yechimga ega bo‘lamiz. Demak, bizga yangi sonlar maydoni kerak!"*

2.2. Geometrik Interpretatsiya (Ko‘rgazmalilik)

Inson miyasi mavhum tushunchalarni vizual (ko‘z bilan ko‘rib) qabul qilganda yaxshi o‘zlashtiradi. Kompleks sonlarni o‘qitishda **Argand tekisligi (kompleks tekislik)** eng asosiy qurol hisoblanadi.

- **Sonlar o‘qidan Sonlar tekisligiga o‘tish:** Haqiqiy sonlar faqat bitta to‘g‘ri chiziqda (Ox o‘qida) joylashishi, kompleks sonlar esa ikki o‘lchovli tekislikni egallashi tushuntiriladi. Ox o‘qi – haqiqiy qism (Re(z)), Oy o‘qi – mavhum qism (Im(z)) uchun xizmat qiladi.
- **Vektorli talqin:** z = a + bi sonini koordinata boshidan chiquvchi va uchi (a; b) nuqtada bo‘lgan vektor sifatida tasvirlash metodik jihatdan juda samarali. Bu talqin orqali keyinchalik kompleks sonlarning moduli (vektor uzunligi) va argumenti (vektorning Ox o‘qi bilan hosil qilgan burchagi) tushunchalari juda oson o‘zlashtiriladi.

Izchillik va Tizimlilik Tamoyili (Oddiydan Murakkabga)

Kompleks sonlar ustidagi amallar va ularning turli shakllari ma’lum bir qat’iy ketma-ketlikda o‘tilishi shart:

- **1-bosqich: Algebraik shakl va algebraik analogiya.** Avvalo $z = a + bi$ shakli kiritiladi. Bunda i harfiga oddiy o‘zgaruvchi (x kabi) deb qarash, lekin har safar i^2 duch kelganda uni -1 ga almashtirish qoidasi singdiriladi. Bu o‘quvchiga tanish bo‘lgan ko‘phadlarni ko‘paytirish qoidasiga tayangani uchun qiyinchilik tug‘dirmaydi.
- **2-bosqich: Algebraik shaklning yetarsizligini ko‘rsatish.** O‘quvchilarga $(1 + i)^{100}$ ifodani hisoblash topshirig‘i beriladi. Uni algebraik usulda (Nyuton binomi yoki qavslarni ochish orqali) hisoblash juda uzoq vaqt olishi ko‘rsatiladi. Bu esa o‘z-o‘zidan yangi shakl — Trigonometrik shaklga o‘tish ehtiyojini tug‘diradi.
- **3-bosqich: Trigonometrik va Ko‘rsatkichli shakl.** Geometrik tasvirdan foydalanib, to‘g‘ri burchakli uchburchak orqali $a = r \cos\varphi$ va $b = r \sin\varphi$ munosabatlari keltirib chiqariladi. Muavr formulasi yordamida katta darajalar osongina hisoblanadi.

Fanlararo Bog‘liqlik va Amaliy Yo‘naltirilganlik Tamoyili

Kompleks sonlar mavzusini oʻrganayotgan talabalarda "Bu mavhum sonlar hayotda qayerda ishlatiladi?" degan shubha doimo boʻladi. Matematika oʻqituvchisi bu tushunchaning amaliy ahamiyatini koʻrsatib berishi shart:

- **Elektrotexnika va Fizika:** Oʻzgaruvchan tok zanjirlarini hisoblashda aktiv va reaktiv qarshiliklar, tok kuchi va kuchlanish kompleks sonlar orqali ifodalanishi tushuntiriladi. Mavhum qism bu yerda faza siljishini koʻrsatadi.
- **Kompyuter grafikasi va Fraktallar:** Zamonaviy IT va dizaynda keng qoʻllaniladigan fraktallar (masalan, Julia va Mandelbrot toʻplamlari) kompleks sonlar ketma-ketligining funksiyalari asosida qurilishi kompyuter dasturlari orqali koʻrsatilsa, yoshlarning qiziqishi keskin ortadi.
- **Aerodinamika:** Samolyot qanotlari atrofidagi havo oqimini modellashtirishda kompleks oʻzgaruvchili funksiyalar qoʻllanilishi aytib oʻtiladi.

Haqiqiy sonlar (R)	**Kompleks sonlar (C)**	**Metodik urgʻu**
Sonlarni taqqoslash mumkin (x > y)	Sonlarni **katta-kichik qilib boʻlmaydi** ($z_1 > z_2$ maʼnoga ega emas)	*Muhim taqiq:* Kompleks sonlarni faqat teng yoki teng emas deyish mumkin, ularni taqqoslab boʻlmaydi.
Kvadrat ildizdan bitta yoki ikkita (musbat va manfiy) qiymat chiqadi	n-darajali ildizdan har doim **n ta har xil javob** chiqadi	*Diqqat qaratish:* $\sqrt{-4} = \pm 2i$ emas, balki kompleks ma'noda ildizlar ko'p bo'ladi.
Sonlar oʻqida yotadi	Tekislikda yotadi	Bir oʻlchovdan ikki oʻlchovga oʻtish.

3. Kompleks Sonlar Ustida Amallarni Oʻrgatish Metodikasi

Kompleks sonlar ustida amallarni oʻrgatish metodikasi oʻquvchilarda faqatgina tayyor formulalarni yodlash emas, balki har bir amalning zamirida yotgan mantiqiy va geometrik maʼnoni anglash koʻnikmasini shakllantirishga xizmat qilishi kerak.

Quyida kompleks sonlar ustidagi amallarni ularning shakllariga koʻra oʻqitishning batafsil va kengaytirilgan metodik tahlili keltirilgan:

Algebraik Shakldagi Amallarni Oʻrgatish Metodikasi (z = a + bi)

Algebraik shakldagi amallarni oʻrgatishda eng asosiy metodik usul — **"Koʻphadlar bilan ishlash analogiyasi"** hisoblanadi. Oʻquvchilarga bu amallar ularga maktab kursidan tanish boʻlgan algebraik ifodalarni soddalashtirishga juda oʻxshashligi tushuntiriladi.

A) Qoʻshish va ayirish amallari

- **Metodik yondashuv:** Oʻquvchilarga z_1 = a + bi$ va z_2 = c + di sonlarini qoʻshish xuddi (a + bx) + (c + dx) koʻphadlarni qoʻshish kabiligini, yaʼni "oʻxshash hadlarni guruhlash" qoidasi asosida bajarilishini koʻrsatish lozim. Bunda haqiqiy qismlar oʻzaro (a+c), mavhum qismlar esa oʻzaro (b+d) qoʻshiladi.

- **Geometrik talqin (Muhim bosqich):** Ikki kompleks sonni qo'shish — koordinata tekisligida ularga mos keluvchi **vektorlarni parallelogramm qoidasi bo'yicha qo'shish** ekanligi chizmada ko'rsatiladi. Bu orqali talaba algebraik amalning geometrik mohiyatini anglaydi.

B) Ko'paytirish amali

- **Metodik yondashuv:** Ko'paytirishni o'rgatishda ikki hadni ikki hadga ko'paytirish qoidasi eslatiladi:

(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2

Bu yerda o'qituvchi asosiy urg'uni i^2 **= -1** shartiga qaratishi shart. O'quvchi eng ko'p yo'l qo'yadigan xato — bdi^2 hadini shunchaki +bd deb qoldirishidir. Metodist darsda i^2ning o'rniga -1 qo'yish orqali oxirgi hadning ishorasi qarama-qarshisiga o'zgarishini alohida ta'kidlaydi:

= (ac - bd) + (ad + bc)i

V) Bo'lish amali

- **Metodik muammo:** Ikki kompleks sonni bo'lishda ({a+bi}{c+di}) o'quvchi maxrajdagi i harfidan qanday qutulishni bilmay qiynaladi.
- **Yechim (Qo'shma son tushunchasi):** Bu yerda kasr maxrajini irratsionallikdan qutqarish (masalan, $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ ni hisoblashda qo'shmasiga ko'paytirish) mavzusi bilan bog'liqlik yaratiladi.
- **Uslubiy ketma-ketlik:** Avval z = c + di sonining qo'shmasi z = c - di ekanligi va ularning ko'paytmasi doimo haqiqiy son (c^2+d^2) berishi isbotlanadi. Shundan so'ng, kasrning surat va maxrajini maxrajning qo'shmasiga ko'paytirish qoidasi tushuntiriladi:

$$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$$

Trigonometrik Shakldagi Amallarni O'rgatish Metodikasi

O'quvchilar algebraik shaklda kompleks sonlarni katta darajaga ko'tarish (masalan, $(1+i)^{20}$) o'ta qiyinligini ko'rgach, o'qituvchi trigonometrik shaklni ($z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$) taklif qiladi. Ushbu shakldagi amallarni o'rgatishda faqatgina tayyor formulani berish emas, balki **"geometrik transformatsiya"** (siljish va burilish) tushunchasini singdirish lozim.

A) Ko'paytirish va bo'lish (Modul va argumentlar taqdiri)

Trigonometrik shakldagi ikki sonni ko'paytirishda qoidani quyidagicha sodda xotirada saqlash usuli (mnemonika) bilan o'rgatish tavsiya etiladi:

"Ko'paytirishda modullar ko'paytiriladi, argumentlar (burchaklar) esa qo'shiladi."

$$z_1*z_2=r_1*r_2\{\cos(\varphi_1+\varphi_2)+\sin(\varphi_1+\varphi_2)❑\}$$

- **Geometrik ma'nosi:** Bir kompleks sonni ikkinchisiga ko'paytirish — birinchi vektor uzunligini $r_2$marta cho'zish (yoki qisqartirish) va uni koordinata o'qi atrofida φ_2 burchakka **burish** demakdir. Bu tushuncha fizikadagi tebranishlar va faza siljishlarini tushunishga poydevor bo'ladi.
- **Bo'lish amali** esa buning aksi ekanligi ko'rsatiladi: modullar bo'linadi, argumentlar esa ayriladi.

B) Darajaga ko'tarish (Muavr formulasi)

- **Metodik ketma-ketlik:** O'qituvchi avval $z^2=z*z$ekanligidan kelib chiqib, burchaklar qo'shilishini ($\varphi+\varphi=2\varphi$) ko'rsatadi. Keyin z^3ni so'raydi (3φ). O'quvchilarning o'zlari qonuniyatni payqab, n-daraja uchun formulani keltirib chiqarishadi:

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$$

- Bu usul pedagogikada **induktiv yondashuv** (xususiy hollardan umumiy qoidaga kelish) deyiladi va materialni xotirada mustahkam saqlashga yordam beradi.

3.1. Algebraik shakldagi amallar

Ikkita $z_1 = a + bi$ va $z_2 = c + di$ kompleks sonlari berilgan bo'lsin. Ular ustida amallar matematik qoidalar va $i^2 = -1$ shartiga asoslanib quyidagicha bajariladi:

1) Qo'shish amali

Kompleks sonlarni qo'shishda ularning haqiqiy qismlari alohida, mavhum qismlari esa alohida qo'shiladi:

$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$

2) Ayirish amali

Qo'shish kabi, birinchi sonning haqiqiy va mavhum qismlaridan mos ravishda ikkinchi sonning qismlari ayriladi:

$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

3) Ko'paytirish amali

Kompleks sonlarni ko'paytirish oddiy ko'phadlarni qavslarini ochib ko'paytirish qoidasiga muvofiq bajariladi, bunda hosil bo'lgan i^2 ning o'rniga -1 qiymati qo'yiladi va o'xshash hadlar ixchamlanadi:

$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2$

$i^2 = -1$ ekanligini hisobga olsak, yakuniy formula quyidagicha shakllanadi:

$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$

4) Bo'lish amali

Ikki kompleks sonni bo'lish (maxraj noldan farqli bo'lganda) kasr shaklida yoziladi. Kasr maxrajini haqiqiy songa aylantirish uchun uning surat va maxraji maxrajning qo'shmasiga (ya'ni $c - di$ ga) ko'paytiriladi:

$z_1 / z_2 = (a + bi) / (c + di) = [(a + bi)(c - di)] / [(c + di)(c - di)]$

Maxrajda kvadratlar ayirmasi formulasiga ko'ra $c^2 - (di)^2 = c^2 + d^2$ hosil bo'ladi. Umumiy formula:

$z_1 / z_2 = (ac + bd)/(c^2 + d^2) + [(bc - ad)/(c^2 + d^2)]i$

3. Amallarga doir misollar va amaliy tahlil

Quyidagi jadvalda $z_1 = 3 + 4i$ va $z_2 = 1 - 2i$ kompleks sonlari misolida barcha to'rtta amalning batafsil bajarilish bosqichlari keltirilgan:

Amal turi	Bajarilish jarayoni (Yechilishi)	Yakuniy natija
Qo'shish	$(3 + 1) + (4 + (-2))i$	**4 + 2i**
Ayirish	$(3 - 1) + (4 - (-2))i$	**2 + 6i**
Ko'paytirish	$(3\cdot1 - 4\cdot(-2)) + (3\cdot(-2) + 4\cdot1)i = (3 + 8) + (-6 + 4)i$	**11 - 2i**
Bo'lish	$[(3+4i)(1+2i)] / [(1-2i)(1+2i)] = (3 + 6i + 4i + 8i^2) / (1^2 + (-2)^2) = (3 - 8 + 10i) / (1 + 4) = -5/5 + 10i/5$	**-1 + 2i**

4. i mavhum birlikning darajalari va qonuniyatlari

Algebraik shakldagi amallarni, ayniqsa yuqori darajali ko'paytirishlarni bajarishda i simvolining darajalarini to'g'ri hisoblash katta ahamiyatga ega. Mavhum birlik darajalari har 4 qadamda takrorlanuvchi davriy xususiyatga ega:

$i^1 = i$

$i^2 = -1$

$i^3 = i^2 \cdot i = -i$

$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$

Umumiy qoida: $i^{\underline{n}}$ ko'rinishidagi ixtiyoriy yuqori darajani hisoblash uchun n natural sonini 4 ga bo'lamiz va qoldiqni aniqlaymiz:

Agar qoldiq 0 bo'lsa: $i^{\underline{n}} = 1$

Agar qoldiq 1 bo'lsa: $i^{\underline{n}} = i$

Agar qoldiq 2 bo'lsa: $i^{\underline{n}} = -1$

Agar qoldiq 3 bo'lsa: $i^{\underline{n}} = -i$

Masalan: i^{2026} qiymatini hisoblang. Buning uchun daraja ko'rsatkichi 2026 ni 4 ga bo'lamiz: $2026 = 4 \cdot 506 + 2$. Qoldiq 2 ga teng bo'lganligi sababli, qoidaga ko'ra: $i^{2026} = i^2 = -1$ natija hosil bo'ladi.

5. Geometrik talqin va koordinata tekisligi

Har bir z = a + bi kompleks soniga Oxiy koordinatalar tekisligida koordinatalari (a; b) bo'lgan nuqta yoki koordinata boshidan (0;0) shu nuqtaga yo'naltirilgan vektor mos keladi. Bu tekislik kompleks tekislik deyiladi. Bunda abssissalar o'qi (X) haqiqiy sonlar o'qi (Re), ordinatalar o'qi (Y) esa mavhum sonlar o'qi (Im) deb yuritiladi.

Kompleks sonlarni algebraik shaklda qo'shish va ayirish amallari kompleks tekislikda mos vektorlarni geometrik qo'shish va ayirish (parallelogramm yoki uchburchak qoidalari) bilan to'liq mos tushadi. Bu esa analitik amallarni ko'rgazmali tasavvur qilish imkonini beradi.

3.2. Trigonometrik va ko'rsatkichli shakldagi amallar

Kompleks sonlarni algebraik shaklda (z = a + bi) tasvirlash qo'shish va ayirish amallari uchun qulay bo'lsa-da, ularni yuqori darajaga ko'tarish yoki ulardan ildiz chiqarishda juda katta qiyinchiliklarni tug'diradi. Bu muammolarni bartaraf etish uchun kompleks sonlar geometrik qutb koordinatalari tizimida ifodalanadi.

Kompleks tekislikda z = a + bi soniga mos keluvchi (a; b) nuqtani aniqlash uchun quyidagi ikki parametr hisoblanadi:

1. Modul (r yoki |z|): Koordinata boshidan berilgan nuqtagacha bo'lgan masofa bo'lib, Pifagor teoremasiga ko'ra topiladi:

$$r = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

2. Argument (φ yoki arg z): Haqiqiy musbat yarimo'q va mos vektor orasidagi burchak bo'lib, quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$\cos(\varphi) = a / r, \quad \sin(\varphi) = b / r, \quad \tan(\varphi) = b / a$$

A) Trigonometrik shakl

Algebraik shakldagi komponentlarni $a = r\cdot\cos(\varphi)$ va $b = r\cdot\sin(\varphi)$ munosabatlar bilan almashtirsak, trigonometrik shakl kelib chiqadi:

$$z = r \cdot (\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi))$$

B) Ko'rsatkichli (Eyler) shakli

Mashhur Eyler formulasiga ko'ra, $e^\wedge(i\varphi) = \cos(\varphi) + i\cdot\sin(\varphi)$ munosabati o'rinlidir. Bundan foydalanib, eng ixcham ko'rinishdagi ko'rsatkichli shaklni hosil qilamiz:

$$z = r \cdot e^\wedge(i\varphi)$$

2. Trigonometrik va ko'rsatkichli shakllardagi amallar

Ikkita $z_1 = r_1\cdot(\cos(\varphi_1) + i\cdot\sin(\varphi_1)) = r_1\cdot e^\wedge(i\varphi_1)$ va $z_2 = r_2\cdot(\cos(\varphi_2) + i\cdot\sin(\varphi_2)) = r_2\cdot e^\wedge(i\varphi_2)$ kompleks sonlari berilgan bo'lsin. Ular ustida amallar quyidagi sodda va qulay qoidalar yordamida bajariladi:

1) Ko'paytirish amali

Kompleks sonlarni ko'paytirishda ularning modullari ko'paytiriladi, argumentlari (burchaklari) esa qo'shiladi:

Trigonometrik: $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$

Ko'rsatkichli: $z_1 \cdot z_2 = (r_1 \cdot r_2) \cdot e\hat{}[i(\varphi_1 + \varphi_2)]$

2) Bo'lish amali

Kompleks sonlarni bo'lishda birinchi sonning moduli ikkinchisining moduliga bo'linadi, argumentlari esa ayriladi:

Trigonometrik: $z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$

Ko'rsatkichli: $z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) \cdot e\hat{}[i(\varphi_1 - \varphi_2)]$

3) Darajaga ko'tarish (Muavr formulasi)

Kompleks sonni n-darajaga ko'tarishda uning moduli n-darajaga ko'tariladi, argumenti (burchagi) esa n marta ortadi. Bu qonuniyat Muavr formulasi deyiladi:

Trigonometrik: $z^n = r^n \cdot [\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi)]$

Ko'rsatkichli: $z^n = r^n \cdot e\hat{}(i \cdot n \cdot \varphi)$

4) Kompleks sondan ildiz chiqarish

Kompleks sondan n-darajali ildiz chiqarganda, natija doim n ta turli xil qiymatga ega bo'ladi va ular kompleks tekislikda muntazam n-burchak uchlarida joylashadi:

Trigonometrik: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot [\cos((\varphi + 2\pi k) / n) + i \cdot \sin((\varphi + 2\pi k) / n)]$

Ko'rsatkichli: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot e\hat{}[i \cdot (\varphi + 2\pi k) / n]$

Bu yerda k parametribarcha ildizlarni topish uchun $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ qiymatlarni qabul qiladi.

3. Amaliy misollar yordamida tahlil

Quyidagi aniq misollar orqali amallarning amaliyotda qo'llanilishini ko'rib chiqamiz:

Berilgan sonlar: $z_1 = 2 \cdot e\hat{}(i \cdot \pi/3)$ va $z_2 = 3 \cdot e\hat{}(i \cdot \pi/6)$

• Ko'paytirishga misol:

Ko'rsatkichli shaklda: $z_1 \cdot z_2 = (2 \cdot 3) \cdot e\hat{}[i \cdot (\pi/3 + \pi/6)] = 6 \cdot e\hat{}(i \cdot \pi/2)$

Trigonometrik shaklga o'tsak: $6 \cdot [\cos(\pi/2) + i \cdot \sin(\pi/2)]$

Haqiqiy qiymatda $\cos(\pi/2) = 0$ va $\sin(\pi/2) = 1$ bo'lgani uchun natija: $6 \cdot (0 + i) = 6i$ bo'ladi.

• Darajaga ko'tarishga misol (Muavr qoidasi):

$z = \sqrt{2} \cdot [\cos(\pi/4) + i \cdot \sin(\pi/4)]$ sonini 4-darajaga ko'taring:

$z^4 = (\sqrt{2})^4 \cdot [\cos(4 \cdot \pi/4) + i \cdot \sin(4 \cdot \pi/4)]$

$z^4 = 4 \cdot [\cos(\pi) + i \cdot \sin(\pi)]$

$\cos(\pi) = -1$ va $\sin(\pi) = 0$ ekanligidan: $4 \cdot (-1 + 0) = -4$ natija chiqadi.

4. Shakllarning solishtirma tahlili va afzalliklari

Kompleks sonlar ustida ishlashda qaysi shakldan qachon foydalanish maqsadga muvofiqligi bo'yicha tavsiyalar:

Amal turi	Algebraik shakl (a + bi)	Trigonometrik / Ko'rsatkichli shakl
Qo'shish va Ayirish	Juda oson (haqiqiy va mavhum qismlar to'g'ridan-to'g'ri qo'shiladi)	Murakkab (avval algebraik shaklga o'tkazish talab etiladi)
Ko'paytirish	O'rtacha (qavslarni ochish va $i^2 = -1$ ni hisoblash kerak)	Juda oson (modullar ko'payadi, burchaklar qo'shiladi)
Bo'lish	Murakkab (maxrajning qo'shmasiga ko'paytirish talab qilinadi)	Juda oson (modullar bo'linadi, burchaklar ayriladi)

Daraja va Ildiz	Juda murakkab (Nyuton binomi yoki ko'p bosqichli ko'paytirishlar)	Eng mukammal usul (Muavr formulasi orqali bir marta hisoblanadi)

Metodik tavsiya: Kompleks sonlar ustida amallar bajarishda strategik yondashuv muhim. Qo'shish va ayirishda algebraik shakldan foydalaning. Ko'paytirish, bo'lish, darajaga ko'tarish va ildiz chiqarishda esa trigonometrik yoki ko'rsatkichli shakl va ularning qoidalaridan foydalanish vaqtni tejaydi va xatolarni kamaytiradi.

Xulosa

Ushbu ilmiy-metodik ish doirasida kompleks sonlar nazariyasi va ularni zamonaviy ta'lim standartlari asosida o'rgatish metodikasi har tomonlama tahlil qilindi. Tadqiqotlar va metodik tahlillar natijasida quyidagi muhim xulosalarga kelindi:

1. **Konseptual tushunishning ahamiyati:** Kompleks sonlar mavzusi talaba va o'quvchilarda mavhum fikrlash hamda matematik dunyoqarashni kengaytirishda strategik bosqich hisoblanadi. O'quvchilarga faqatgina $i^2 = -1$ shartini yodlatish emas, balki haqiqiy sonlar to'plamining kengayishi (tenglamalar yechimini ta'minlash zaruriyati) obyektiv ehtiyoj ekanligini konseptual asosda tushuntirish ta'lim samaradorligini oshiradi.
2. **Shakllararo integratsiya va strategik yondashuv:** Kompleks sonlarning uchta asosiy shakli (algebraik, trigonometrik va ko'rsatkichli) o'ziga xos afzalliklarga ega. Metodik jihatdan, o'quvchilarda amallarni bajarishda to'g'ri shaklni tanlash ko'nikmasini shakllantirish lozim. Qo'shish va ayirish amallarida *algebraik shakl*, ko'paytirish, bo'lish, darajaga ko'tarish (Muavr formulasi) va ildiz chiqarish amallarida esa *trigonometrik va ko'rsatkichli shakllardan* foydalanish eng optimal va vaqtni tejaydigan strategiya ekanligi isbotlandi.
3. **Geometrik va vizualizatsiya omili:** Kompleks sonlarni shunchaki quruq analitik formulalar orqali emas, balki ularni kompleks tekislikdagi nuqta va vektorlar yordamida geometrik talqin qilish (masalan, qo'shishni parallelogramm qoidasi, ko'paytirishni esa burish va cho'zish operatori sifatida ko'rsatish) o'quvchilarning mavzuni vizual va mustahkam o'zlashtirishini ta'minlaydi.
4. **Metodik yondashuvlarni zamonaviylashtirish:** Mavzuni o'qitishda an'anaviy ma'ruza uslublaridan voz kechib, muammoli ta'lim, interaktiv grafik dasturlar (masalan, GeoGebra) va tabaqalashtirilgan o'qitish texnologiyalarini qo'llash dars unumdorligini sezilarli darajada oshiradi. Bu esa o'quvchilarni oliy matematika kurslariga (matematik analiz, funksional analiz, elektrotexnika asoslari) tayyorlashda mustahkam poydevor bo'lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1.Alimov, Sh. A., Xolmuhamedov, O. R., Mirzaahmedov, M. A. (2019). *Algebra va analiz asoslari: Algebra va analiz asoslari: 10-11-sinflar uchun darslik*. Toshkent: "O'qituvchi" nashriyoti.
2. Tojiyev, Sh., & Mirzayev, K. (2021). *Oliy matematika kursi (I-jild): Oliy texnika o'quv yurtlari uchun darslik*. Toshkent: "Turon-Iqbol".
3. Latifov, S., & Shodiyev, U. (2018). *Matematika o'qitish metodikasi (Maxsus kurs)*. Buxoro: "Durdona" nashriyoti.
4. Ismoilov, Sh. (2023). *Kompleks sonlar va ularning geometriyaga tatbiqlari*. Toshkent: "O'zbekiston" nashriyoti.
5. O'zbekiston Respublikasi Maktabgacha va maktab ta'limi vazirligi tomonidan tasdiqlangan *Matematika fani bo'yicha Milliy o'quv dasturi* (2024-2026 yillar).

6. II. Xorijiy va xalqaro fundamental adabiyotlar:

7. Stewart, I., & Tall, D. (2018). *Complex Analysis: (The Hitchhiker's Guide to the Plane)*. Cambridge University Press. *(Kompleks analiz va geometrik talqin bo‘yicha dunyodagi eng nufuzli darsliklardan biri).*

8. Needham, T. (2020). *Visual Complex Analysis*. Oxford University Press. *(Mavzuni geometrik va vizual usullar yordamida o‘qitish metodikasi aks etgan asar).*

9. Fikhtengolts, G. M. (2015). *Kurs differensialnogo i integralnogo ischisleniya (Tom 1)*. Moskva: "Fizmatlit". *(Kompleks sonlar nazariyasining matematik tahlildagi o‘rni bo‘yicha fundamental manba).*

10. Kuznesov, L. A. (2019). *Sbornik zadach po visshey matematike: Tipovie rascheti*. Sankt-Peterburg: "Lan". *(Kompleks sonlar ustida amallarga doir amaliy mashqlar va metodik tavsiyalar to‘plami).*

11. Ziyonet Ta’lim Portali – www.ziyonet.uz (Kompleks sonlarni o‘qitishda innovatsion dars ishlanmalari bo‘limi).

12. Khan Academy O‘zbekcha – uz.khanacademy.org (Kompleks sonlar va qutb koordinatalari tizimi bo‘yicha interaktiv darslar va modullar).

13. GeoGebra Matematik Platformasi – www.geogebra.org (Kompleks sonlarni tekislikda dinamik vizualizatsiya qilish dasturlari).