

SFERIK KOORDINATALAR SISTEMASINI YASASH VA UNDA CHIZIQLARNI O‘RGANISH ORQALI SIRTGA O‘TISHDA ALGEBRAIK VA GEOMETRIK TUSHUNCHALAR BIRLIGINING O‘RNI HAQIDA

Bozorov Zokir Yo‘ldosh o‘g‘li

Termiz davlat pedagogika instituti o‘qituvchisi

Muhammadiyeva Mastura

Narzullayeva Marjona

Termiz davlat pedagogika universiteti talabalari

e-mail: muhammadiyevamastura5@gmail.com

e-mail: narzullayevamarjona53@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20351135>

Annotatsiya: “Ushbu ishda chiziqlarni o‘rganish usullari bilan tanishib, yanada murakkab geometrik shakllar — sirlarni o‘rganishga o‘tish imkoniyati ko‘rib chiqilgan. Samoviy sferaning koordinatalashtirilishi ishlab chiqilgan hamda tors shunday sirt ekani isbotlanganki, uning urinma tekisliklari majmuasi boshqa sirtlardagi kabi ikki parametrga emas, balki faqat bitta parametrga bog‘liq bo‘ladi.”

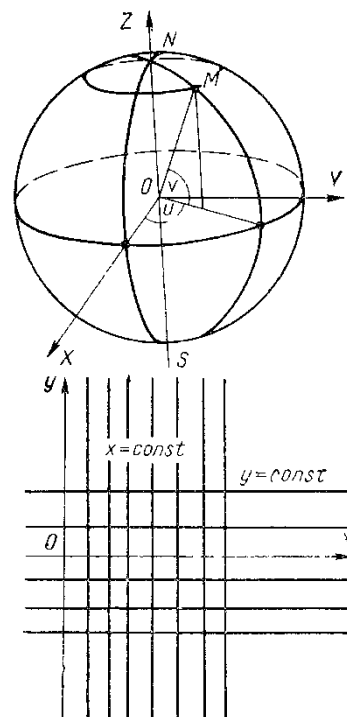
Annotatsiya: в работе рассматривается познанокомивших с методами изучения линий, о возможности перейти к изучению более сложных геометрических образов – поверхностей, разработана координатизацию небесной сферы и доказана, что торс есть поверхность, совокупность касательных плоскостей которой зависит только от одного параметра, а не от двух, как для других поверхностей.

Klyuchevaya slova: metod, liniya, obraz, poverxnost, koordinata, sfera, tors, kasatelnaya, ploskost, parametr.

Annotatsiya: ishda chiziqlarni o‘rganish orqali sirtga o‘tish mumkinligi qaraladi, sfera koordinatalarga nisbatan tekshirish ishlab chiqilgan va torsning bitta parametrga bog‘liqligi isbotlangan.

Ma‘lumki sfera qadimdan o‘rganilgan, uni faylasuflar kechayu kunduz kuzatganlar. Astronomlar va astrologlar yulduzlar olamini o‘rganib yer sferasini qutb o‘qidan o‘tuvchi o‘q atrofida bir sutkada bir marta aylanishini bilganlar. Qadimda 7 ta planeta bor deb hisoblangan (Quyosh, Oy, Merkuriy, Venera, Mars, Yupiter va Saturn). Yerning planeta ekanligi birinchi marta Nikolay Kopernik (1473-1543) tomonidan isbotlangan.

Sferada koordinatalarni kiritish bilan shug‘ullanamiz, sferaning koordinatalarni bog‘lovchi tenglamasi: $\vec{r}(u, v) = a \sin v \cdot \vec{e}(u) + a \cos v \vec{k}$. Bu tenglama (u, v) sonlar jufti to‘plamini sfera nuqtasiga akslantirishni o‘rnatadi. Bu yerda uzoqlik uchun (u harfi bilan belgilaymiz) $[0, 2\pi[$ oraliqni olish yetarli, kenglik uchun esa (v harfi bilan belgilanadi) $[0, \pi]$ oraliqni olish yetarli. Qutblarga hozircha e‘tibor bermasak, unda o‘rnatilgan akslantirishni $M \Leftrightarrow (u, v)$ deb hisoblash mumkin, bu



yerda M nuqta, yuqorida formula yordamida berilgan radius vektor bilan aniqlanadi. Bu formulaning mazmuni rasmdan ko‘rinib turibdi. Agar $\vec{e}(u) = \cos u \vec{i} + \sin u \vec{j}$ ekanligini hisobga olsak yuqoridagi tenglama $\vec{r}(u, v) = a \cos u \sin v \vec{i} + a \sin u \sin v \vec{j} + a \cos v \vec{k}$ ko‘rinishni oladi. u va v lar egri chiziqli koordinatalar deyiladi. Tekislikda $x = \text{const}$ tenglama bilan berilgan har qanday chiziq to‘g‘ri chiziqdan iborat. Shunga o‘xshash $y = \text{const}$ chiziq ham to‘g‘ri chiziq bo‘ladi. Xususiyl holda $x = 0$ va $y = 0$ to‘g‘ri chiziqlar koordinata o‘qlaridir. Bu to‘g‘ri chiziqlar sferada qanday ma‘no kasb etadi? Yuqoridagi rasmda $u = 0$ tenglamaga xOz tekislikda yotuvchi katta doira aylanasi mos keladi, ya‘ni geografik uchun sanoq boshi bo‘lgan “boshlang‘ich meridian”dir. Tabiiyki $u = 0$ da $\vec{r}(0, v) = \vec{\rho}(v) = a \sin v \vec{i} + a \cos v \vec{k}$ aylana tenglamasiga keladi, bu yerda $\vec{\rho}(v)$ bir argumentning vektor funksiyasi.

Har qanday $u = u_0 \neq 0$ da ham katta doira aylanasi hosil bo‘ladi, ya‘ni yana bitta meridian. Uning tenglamasini bir argumentning funksiyasi yordamida quyidagicha yozish mumkin: $\vec{\rho}_1(v) = \vec{r}(u_0, v) = a \sin v \vec{e}(u_0) + a \cos v \vec{k}$. Bu tenglama aylananing $\vec{e}(u_0)$ va \vec{k} vektorlar tekisligida yotishini ko‘rsatadi. Umuman $u = \text{const}$ chiziqlar meridianlardir. Endi v ni

fiksirlaymiz, masalan $v = \frac{\pi}{2}$ bo‘lsin. Buning uchun rasmdagi o‘zgaruvchining (kenglikning)

qiymati ekvator bo‘ladi. Uning tenglamasini $\vec{r}\left(u, \frac{\pi}{2}\right) = \vec{\rho}\left(u, \frac{\pi}{2}\right) = a \vec{e}(u)$ ko‘rinishda yozish

mumkin. $v = \text{const}$ da nima hosil bo‘lishi ravshan. Aytaylik $v = v_0$ bo‘lsin. Unda $\vec{\rho}_2(u) = \vec{r}(u, v_0)$ yoki $\vec{\rho}_2(u) = a \sin v_0 \vec{e}(u) + a \cos v_0 \vec{k}$. Endi $a \cos v_0 = b, a \sin v_0 = c$ belgilashlarni kiritib $v = \text{const}$ chiziqning $\vec{\rho}_2(u) = c \vec{e}(u) + b \vec{k}$ tenglamasini yozamiz. Natija aylana bo‘ldi. Uning radiusi s ga teng, ekvator dan $b = a \sin v_0$ birlik uzoqlikdagi tekislikda yotadi. Bu parallellardir.

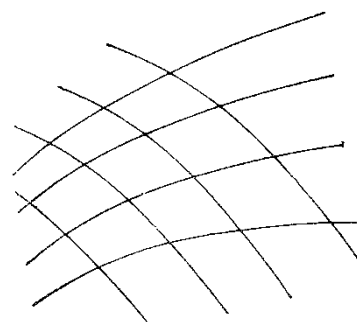
Sferaning aniq bir $M_0(u_0, v_0)$ nuqtasini olib, faqat bu nuqta va uning atrofini tekshiramiz (lokal qaraymiz). U holda bu nuqta va bu nuqta atrofida yotgan nuqtalar ham qutb emas. M_0 nuqta orqali ikki koordinatali aylanalar o‘tadi. Ulardan biri $u = u_0$ va ikkinchisi $v = v_0$. Bu aylanalarni bir biriga nisbatan qanday joylashishini bilish juda muhim. M_0 nuqtada bu aylanalarga urinadigan \vec{t}_1 va \vec{t}_2 vektorlarni topamiz. Buning uchun mos hosilalarni topish zarur.

$u = u_0$ chiziq uchun $\vec{t}_1 = \frac{d\vec{\rho}_1(v)}{dv} = a (\cos v \vec{e}(u_0) - \sin v \vec{k})$ vektor va $v = v_0$ uchun

$\vec{t}_2 = \frac{d\vec{\rho}_2(u)}{du} = a \sin v_0 \vec{e}'(u)$ vektorga ega bo‘lamiz. M_0 nuqta uchun bu vektorlarning skalyar

ko‘paytmasini tuzamiz: $\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 = a^2 (\cos v_0 \cdot \sin v_0 \vec{e}'(u_0) \cdot \vec{e}'(u_0) - \sin^2 v_0 \vec{e}'(u_0) \cdot \vec{k})$. Ravshanki, \vec{e}, \vec{e}' va \vec{k} lar dekart bazisini hosil qiladi, unda $\vec{t}_1 \cdot \vec{t}_2 = 0$ bo‘ladi, ya‘ni \vec{t}_1 va \vec{t}_2 vektorlar

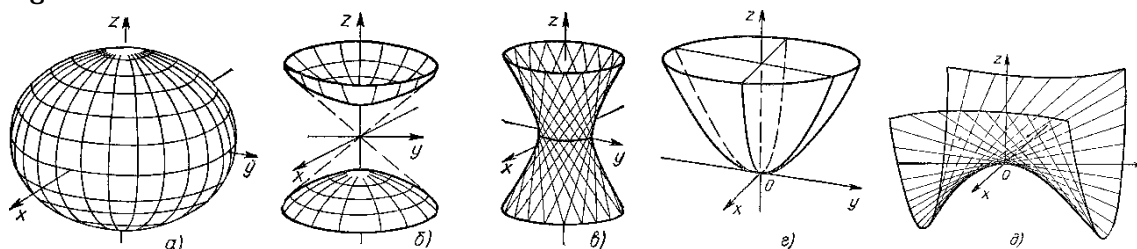
perpendikulyar. Egri chiziqlar orasidagi burchakni, kesishish nuqtasiga o‘tkazilgan urinmalar orasidagi burchak sifatida topish qabul qilingan. Bu holda burchak to‘g‘ri burchakdan iborat. Shuning uchun parallellar va meridianlar ortogonal deb ataladi. Demak, sferadagi egri chiziqli koordinatalar sistemasini tekislikdagi dekart koordinatalar sistemasiga juda o‘xshash. Lokal qarashda qiymatlari $u = u_0$ va $v = v_0$ biror M_0 nuqta atrofida umuman olganda koordinatalar sistemasini yo‘q, balki



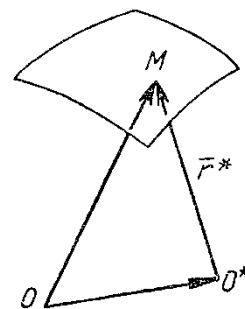
faqat

koordinata to'rlari bor, boshlang'ich meridian va ekvator nuqtaning atrofida yotmasligi mumkin, qutblar esa unda bo'lmasligi kerak. Umuman to'r deb shunday egri chiziqlar to'plamiga aytiladiki, unda har bir nuqtaning atrofi orqali bitta va faqat bitta har bir oilaning chizig'i o'tadi. Bunday to'r muntazam to'r deyiladi. Agar bu to'plamdagi barcha chiziqlar o'rniga ayrim, bir biridan ma'lum masofada joylashganlarini qarasak baliq ovlaydigan to'rlarga o'xshash to'rlar hosil bo'ladi. Agar to'plamdagi barcha chiziqlarni qarasak, unda nuqtaning atrofini to'liq qoplab oladi. Qutb atrofida koordinata to'rlari har doim muntazam bo'lavermaydi, chunki qutb orqali bitta oilaning cheksiz ko'p chiziqlari o'tadi.

Ma'lumki, Dekartning o'zgaruvchi miqdorlari va tekislikdagi koordinatalari matematikaga ta'sir qildilar, geometrik figuralarning xossalarini algebraik tilda ifodalash imkoniyatini berdi. Lekin qadimda astronomiya, geografiya va kartografiyada sferik koordinatalardan foydalanganlar. O'zgaruvchi miqdorgacha, dialektika va harakatgacha, chiziq va sirtlarning xossalarini o'rganguncha hali undan yiroq edilar. Hatto integral hisob yaratilandan so'ng, sirt ustidagi yuzani hisoblashga erishilgan. Yangi masalarni ko'ra bilish va uni to'g'ri qo'ya bilish, buyuk olimlardan katta kuch talab etar edi. Har bir fanning anashunday birinchi yaratuvchilari bo'lgan, geometriyada bular L. Eyler va G. Monj bo'ldilar. Eyler 1707 yilda Shveysariyada tug'ilgan. 13 noyabr 1725 yilda ochilgan Peterburg Akademiyasida ishlagan. Yoshlik davri Bazelda o'tdi, uning matematik tayyorgarligiga differensial hisob g'oyalarini ilgari surgan Leybnisning tengdoshi Iogann Bernulli ta'sir o'tkazdi. Eyler 1741 yilda Berlinga o'tdi, lekin 1766 yili yana Peterburgga qaytib keldi va so'ngra Rossiyadan ketmadi. Rossiya Akademiyasi Lomonosov va Eyler tomonidan ochildi. Har ikkalasi ham mehnatsevar bo'lib matematikaning turli tarmoqlari, mexanika, fizika va astronomiya bilan shug'ullandilar. Eyler birinchi marta uchta x , y , z fazofiy koordinatalarga nisbatan konusdan farqli sirtlarni 5 ta tipini ko'rsatgan(ellipsoid, bir pallali giperboloid, ikki pallali giperboloid, elliptik paraboloid, giperbolik paraboloid). Eyler bir dekart koordinatalar sistemasidan ikkinchisiga o'ta turib, bu sirtlarning tenglamasini sodda holda ifodalash mumkinligini ko'rsatdi. Bu natijalar hozir matematika ta'li yo'nalishi bo'lgan Oliy o'quv yurtlarida o'qitiladigan analitik geometriya o'quv fanining asoslari hisoblanadi.



Eyler o‘zining 1760 yilda yozgan “Issledovaniya o krivizne poverxnostey” asarida birinchi marta umumiy ko‘rinishdagi sirtning egriligi haqidagi masalani qo‘ygan: uning ixtiyoriy nuqtasidagi sirtning ichki geometriyasini xarakterlovchi invariantlarni topish, ya’ni sirtning berilish usuli va koordinatalar sistemasini tanlashga bog‘liq bo‘lmagan xossalarni aniqlashdan iborat. Eylerning g‘oyasi sirta berilgan nuqtadan o‘tuvchi barcha chiziqlarning egriligini qarash va ular ichida eng katta va eng kichigini izlashdan iborat edi. Eylerning ishini fransuz matematigi Gospar Monj davom ettirdi. Monj 1795 yilda yozgan “Prilojenie analiza” nomli kitobida sirtning dekart koordinatalar sistemasiga nisbatan $z = z(x, y)$, so‘ngra qisqacha $M = 0$ deb yozdi. Monjning $z(x, y)$ funksiyaning barcha xususiy hosilalarini belgilashi hozirgacha



saqlanib kelinmoqda: $\frac{\partial z}{\partial x} = p, \frac{\partial z}{\partial y} = q, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = s, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t.$

18 asr matematiklari asri Eyler asri deb nomlandi. 19 asrning boshida matematikada oldingi safda bo‘lgan deb Karl Fridrix Gauss(1777-1855) tan olingan (u getingen observatoriyasi direktori va getingen universiteti professori lavozimida ishlagan, Getingen g‘arbiy Germaniyadagi kichkini bir shahar, Gauss bilan bir qatorda matematiklardan Berngard Riman, Feliks Kleyn, David Gilbert, German Veyl, ximiklardan Robert Bunzen, fiziklardan Vilgelm Veber, filolog Yakob va Vilgelm Grimm va boshqalar bo‘lgan).

Cirtdagi egri chiziqlar ikki usul bilan o‘rganiladi. Birinchisida $w = 0$ ko‘rinishga keladigan x, y, z koordinatalar orasidagi tenglamalar, bu yerda x, y, z o‘garuvchilarning funksiyasi w . Ikkinchisida koordinatalari ikki erkli o‘zgaruvchining funksiyasi sifatida qaraladi. Birinchi usul bilan Monj ishlagan, ikkinchisi bilan esa faqat birinchilardan bo‘lib Gauss ishlagan.

$\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ vektor funksiya berilgan bo‘lsin. Sirtning bu usulda berilishi dekart koordinatalar sistemasiga bog‘liq emas, chunki bir dekart koordinatalar sistemasidan ikkinchisiga o‘tganda $\vec{r} = \vec{r}^* + \vec{OO}^*$ almashtirish yuz beradi, ya’ni birinchi hosilada yo‘qoladigan \vec{OO}^* o‘zgarimas qo‘shiluvchi qo‘shiladi. Bundan tashqari kanonik reper osongina yasaladi, sirtidagi urinma tekislik oddiy aniqlanadi, o‘z navbatida urinish nuqtasida perpendikulyar(normal) o‘tkazish imkoni bo‘ladi.

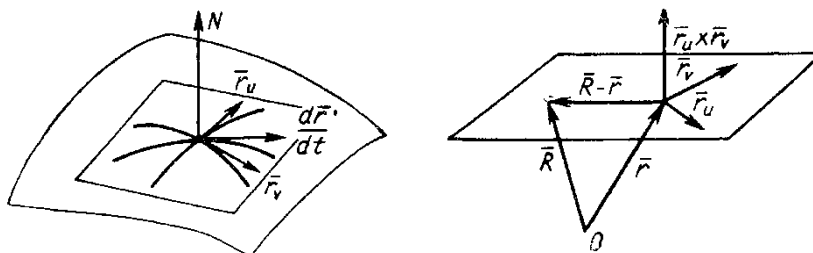
Qaralayotgan sirtida biror $M(u_0, v_0)$ nuqta, ya’ni $\vec{r}_0 = \vec{r}(u_0, v_0)$ radius vektorli nuqta olamiz. U orqali sirtadagi mumkin bo‘lgan barcha chiziqlarni o‘tkazish mumkin. M nuqtadan o‘tgan barcha chiziqlar uchun, nuqtada o‘tkazilgan urinmalar to‘plami haqida nima deyish mumkin? Agar ularning hammasi bitta umumiy nuqtadan o‘tsa, unda ikkita imkoniyat bo‘lishi mumkin: ular yo konus hosil qiladi(to‘g‘ri doiraviy bo‘lishi shart emas), yoki ularning hammasi urinma deb ataluvchi bir tekislikda yotadi. Umumiy holda tekislik hosil bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Agar ikki argumentli vektor funksiyadan bir argumentliga o‘tsak, sirt o‘rniga shu sirt yotuvchi chiziq hosil bo‘ladi. Bu funksiyalar ikkita koordinatali chiziqlar oilasini hosil qiladi. Koordinatali oilalarni $u = \text{const}$ va $v = \text{const}$ deb belgilaymiz. Ikki koordinatali chiziqlarning $M(u_0, v_0)$ nuqtadan o‘tuvchi urinmasini topish qiynt. Avval $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ vektor funksiyaning

hosilasini topamiz. Bu hosila $\frac{\partial \vec{r}}{\partial u}$ xususiy hosila bo‘lib, $u = u_0$ chiziqning urinmasiga parallel bo‘lgan vektor bo‘ladi. Endi xuddi shunday $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ funksiyaning hosilasini topamiz. Bu xosila $v = v_0$ chiziqning urinmasiga parallel bo‘lgan vektor bo‘ladi. Ular kesishuvchi ikki to‘g‘ri chiziq

sifatida biror tekislikni aniqlaydi. Agar sirta yotgan va $M(u_0, v_0)$ nuqtadan o'tuvchi uchunchi chiziqqa o'tgazilgan urinma shu tekislikda yotsa, unda urinma tekislik yasash masalasi yechiladi.

Sirtida ixtiyoriy chiziqni qanday berish mumkin? Bir t argumentning $u = u(t)$ va $v = v(t)$ funksiyasini qaraymiz. Bu chiziq $M(u_0, v_0)$ nuqtadan o'tishi uchun argumentning biror $t = t_0$ qiymatida $u(t_0) = u_0, v(t_0) = v_0$ tenglik bajarilishi talab etiladi. Endi bu chiziqning radius vektorini $\vec{r}(t) = \vec{r}(u(t), v(t))$ ko'rinishda yozsak bo'ladi, bu chiziqqa o'tkazilgan urinma esa $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}_u \frac{du}{dt} + \vec{r}_v \frac{dv}{dt}$ vektoriga parallel bo'ladi. $t = t_0, u = u_0, v = v_0$ da bu formula o'rinli va $M(u_0, v_0)$ nuqtadagi \vec{r}_u va \vec{r}_v vektorlar, nuqtaning koordinatasiga bog'liq va chiziqni tanlashga bog'liq emas. Bundan oxirgi tenglikdagi vektorlarining $\vec{r}_u(u_0, v_0)$ va $\vec{r}_v(u_0, v_0)$ vektorlar juftligi bilan chiziqli bog'langanligi kelib chiqadi. Agar bu vektorlar parallel bo'lmasa va birortasi nol bo'lmasa, unda barcha vektorlar $\vec{r}_u(u_0, v_0)$ va $\vec{r}_v(u_0, v_0)$ vektorlar bilan aniqlanuvchi tekislikda yotadi. Demak, sirtning barcha nuqtalari uchun $\vec{r}_u \neq 0, \vec{r}_v \neq 0, \vec{r}_u \nparallel \vec{r}_v$ deb talab qo'yish kerak bo'ladi (bu shart bajarilmaydigan nuqtalar maxsus nuqtalar deyiladi). Vektor ko'paytma ta'rifidan urinma tekislik mavjud bo'ladi, agar $\vec{r}_u \times \vec{r}_v \neq 0$ bo'lsa. M nuqtadagi urinma tenglamasi $(\vec{R} - \vec{r}) \cdot \vec{r}_u \cdot \vec{r}_v = 0$ ko'rinishda yoziladi. Bu tenglik $\vec{R} - \vec{r}, \vec{r}_u$ va \vec{r}_v vektorlarning komplanar ekanligini ko'rsatadi.



Shuningdek, $\vec{r}_u \times \vec{r}_v$ vektor tekislikka perpendikulyar va M nuqtadagi normalni aniqlaydi:
 $\vec{R} = \vec{r} + \lambda (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)$.

1-misol. Sfera: $\vec{r} = a \sin v \cdot \vec{e}(u) + a \cos v \vec{k}$.

$\vec{r}_u = a \sin v \cdot \vec{e}'$, $\vec{r}_v = a \cos v \cdot \vec{e}(u) - a \sin v \vec{k}$.

$$\begin{aligned} \vec{r}_u \times \vec{r}_v &= \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{e}' & \vec{k} \\ 0 & a \sin v & 0 \\ a \cos v & 0 & -a \sin v \vec{k} \end{vmatrix} = \\ &= a^2 (-\sin^2 v \vec{e} - \sin v \cos v \vec{k}) = \\ &= -a \sin v (a \sin v \vec{e} + a \cos v \vec{k}). \end{aligned}$$

Qovus ichidagi ifoda $\vec{N} \parallel \vec{r}$ bo'lishini anglatadi, ya'ni normal radius vektoriga parallel, qaralayotgan misolda sferaning radiusi bo'ladi. Al va KHK geometriya kursidagi quyidagi tasdiq bajariladi: sferaga urinma tekislik, uning urinish nuqtasiga o'tkazilgan radiusga perpendikulyar. Lekin masalaning ikkinchi tomoni juda muhim. $v = 0$ va $v = \pi$ da $\vec{r}_u \times \vec{r}_v = 0$ bo'ladi. O'z vaqtida biz argumentning bu qiymatini chiqarib tashladik. Demak, normal tekislik va urinma tekislik aniqlanmaydi.

2-misol. To'g'ri gelikoid: $\vec{r}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + b u \vec{k}$. Hosilalar quyidagicha olinadi:
 $\vec{r}_u = -v \vec{e}'(u) + b \vec{k}$, $\vec{r}_v = \vec{e}(u)$.

$$\vec{r}_u \times \vec{r}_v = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{e}' & \vec{k} \\ 0 & v & b \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = b\vec{e}' - v\vec{k}.$$

Normal vektor:

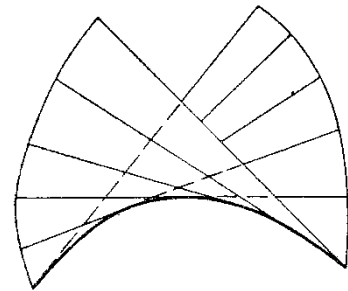
Normal aniqlandi desak bo'ladi, chunki

$b \neq 0, \vec{e}' \neq 0$ va har qanday u va v da $\vec{r}_u \times \vec{r}_v = 0$ tenglik bajarilmaydi. Maxsus nuqtalar yo'q.

3-misol. Tors. Ma'lumki $\rho = \rho(u)$, bu yerda u ni yoy uzunligi deb olamiz. Bu sirt ixtiyoriy fazoviy egri chiziq urinmasida yotgan nuqtalar to'plamidan iborat. Urinma

$\frac{d\rho}{du} = \rho'$ yo'nalishga ega. U holda torsning tenglamasi $\vec{r} = \rho(u) + v\vec{\rho}'(u)$, bu yerda v biror qoidaga mos M^*M uzunlik. Quyidagi hosilalarni topamiz:

$$\vec{r}_u = \vec{\rho}'(u) + v\rho''(u), \quad \vec{r}_v = \vec{\rho}'(u).$$



$$\text{U holda normal: } \vec{r}_u \times \vec{r}_v = (\vec{\rho}'(u) + v\rho''(u)) \times \vec{\rho}'(u) = \vec{\rho}'(u) \times \vec{\rho}'(u) + v\rho''(u) \times \vec{\rho}'(u) = v\rho''(u) \times \vec{\rho}'(u).$$

$\vec{\rho}'$ va ρ'' lar faqat u ga bog'liq, v esa skalyar, unda normalning yo'nalishi v ga bog'liq emas.

u ni fiksirlasak tenglama to'g'ri chiziqni ifodalaydi, v ning har bir qiymatiga to'g'ri chiziqning biror nuqtasi mos keladi. Tors bitta parametrga bog'liq urinma tekisliklar to'plamidan iborat sirt bo'ladi. Bundan tashqari, $v = 0$ da sirtning normali aniqlanmagan.

Adabiyotlar, References, Литературы:

- 1.A.V. Pogorelov. Geometriya, Moskva " Nauka", 1984 yil, 320 bet.
2. A. Narmanov. Differensial geometriya, Toshkent, 2012 yil, 310 bet.
3. Sherbakov R.N. Pichurin L.F. Differensialni pomogayut geometrii. 1982. M. : Izd-vo "prosveщenie", 22 bet.
4. Bozorov Zokir Yuldosh o'g'li "Using the coordinate-vector method in solving planametric problems" International journal of social science & interdisciplinary research ISSN: 2277-3630 Impact factor: 7.429 IJSSIR, Vol. 12, No. 05. May 2023. – B. 97-99.
5. Zokir Yuldosh o'g'li Bozorov "Ta'lim sifati menejmenti va unga bo'lgan yondashuvlar" research and education, Scientific Journal Impact Factor 2023: 5.789, ISSN: 2181-3191,VOLUME 2 | ISSUE 5 | 2023.
6. Zokir Yuldosh O'G'Li Bozorov "Conceptual basis of training of mathematics teachers" INTERNATIONAL JOURNAL OF SOCIAL SCIENCE & INTERDISCIPLINARY RESEARCH ISSN: 2277-3630 Impact Factor: 8.036, 13(03), 61–63.
7. Z Bozorov, O Ravshanova "BO'LAJAK MATEMATIKA FAN O'QITUVCHILARINING PLANIMETRIYA BO'YICHA KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISHDA TALABALAR MUSTAQIL ISHLARINING ROLI" Ijtimoiy-gumanitar fanlarning dolzarb muammolari Aktualnye problemy sotsialno-gumanitarnyx nauk Actual Problems of Humanities and Social Sciences. № 5 (5) – 2025