

## TEKIS VA FAZOVIY EGRI CHIZIQLAR FARQI

Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” kafedrası o'qituvchisi

E-mail: saliyevasevara18@gmail.com

Ibroximova Gulbahor To'lqinboy qizi

Andijon davlat pedagogika instituti

“Aniq va tabiiy “ fanlar fakulteti

Matematika yo'nalishi 2-kurs talabasi

E-mail: gulbahoribroximova1206@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20342268>

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada analitik geometriya, differensial geometriya hamda topologiya nuqtai nazaridan tekis va fazoviy egri chiziqlar o'rtasidagi asosiy farqlar tahlil qilinadi. Egri chiziqlarning parametrik tenglamalari, egrilik va buralish (buralma) tushunchalari asosida ularning geometrik xossalari o'rganiladi. Frenet-Serre reperi yordamida fazoviy egri chiziqlarning tekis egri chiziqlardan ajralib turuvchi metrik xususiyatlari ochib berilgan, shuningdek, topologik tugunlar nazariyasining fazoviy egri chiziqlardagi ahamiyati qisqacha yoritilgan.

**Kalit so'zlar:** Analitik geometriya, topologiya, tekis egri chiziq, fazoviy egri chiziq, egrilik, buralish, Frenet-Serre formulalari, tugunlar nazariyasi.

**Abstract.** This article analyzes the main differences between plane and spatial curves from the perspective of analytical geometry, differential geometry, and topology. Their geometric properties are studied based on parametric equations, curvature, and torsion. Using the Frenet-Serret frame, the metric features that distinguish spatial curves from plane curves are revealed, and the significance of topological knot theory in spatial curves is briefly highlighted.

**Keywords:** Analytical geometry, topology, plane curve, spatial curve, curvature, torsion, Frenet-Serret formulas, knot theory.

**Аннотация.** В данной статье анализируются основные различия между плоскими и пространственными кривыми с точки зрения аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии. Их геометрические свойства изучаются на основе параметрических уравнений, кривизны и кручения. С помощью репера Френе-Серре раскрыты метрические особенности, отличающие пространственные кривые от плоских, а также кратко освещено значение топологической теории узлов в пространственных кривых.

**Ключевые слова:** Аналитическая геометрия, топология, плоская кривая, пространственная кривая, кривизна, кручение, формулы Френе-Серре, теория узлов.

Analitik geometriya va topologiyada egri chiziqlar fazoning eng muhim va fundamental obyektlaridan biri hisoblanadi. Matematik nuqtai nazardan, egri chiziq uzluksiz akslantirishning tasviri sifatida ta'riflanadi. Agar  $I$  haqiqiy sonlar o'qidagi oraliq bo'lsa, u holda  $n$ -o'lchovli fazodagi egri chiziq quyidagi uzluksiz funksiya orqali beriladi:

$$r(t): I \rightarrow R^n$$

Klassik geometriyada asosan  $n=2$  (tekislik) va  $n=3$  (uch o'lchovli fazo) holatlari o'rganiladi. Tekis va fazoviy egri chiziqlar o'zining metrik (uzunlik, egrilik) va topologik (tugunlar hosil qilishi,

o'z-o'zini kesishi) xususiyatlari bilan bir-biridan tubdan farq qiladi. Ushbu maqolaning maqsadi bu ikki turdagi egri chiziqlarning aniq matematik farqlarini va ularni farqlovchi asosiy invariantlarni tahlil qilishdir.

Tekis egri chiziq deb, barcha nuqtalari yagona bir tekislikda yotadigan egri chiziqqa aytiladi. Dekart koordinatalar sistemasida tekis egri chiziq ko'pincha parametrik ko'rinishda quyidagicha ifodalanadi:

$$r(t) = (x(t); y(t))$$

Tekis egri chiziqning asosiy xarakteristikasi uning egriligi  $k$  hisoblanadi. Egrilik chiziqning to'g'ri chiziqdan qanchalik og'ishini, ya'ni uning qanchalik "bukilganligini" o'lchaydi. Parametrik ko'rinishda berilgan tekis egri chiziq egriligi quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$k = \frac{x'(t)y''(t) - y'(t)x''(t)}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{3/2}}$$

Tekis egri chiziqlar topologik jihatdan ancha sodda bo'lib, Jordan teoremasiga ko'ra (Jordan curve theorem), har qanday yopiq, o'z-o'zini kesmaydigan tekis egri chiziq tekislikni ikkita qismga — ichki va tashqi sohalarga ajratadi.

Fazoviy egri chiziqlar uch o'lchovli  $R^3$  fazoda joylashadi va ularning barcha nuqtalari bitta tekislikka tegishli bo'lishi shart emas. Uning parametrik tenglamasi uchta komponentga ega:

$$r(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

Fazoviy egri chiziqni to'laqonli tasvirlash uchun bitta invariant (egrilik) yetarli emas. Chiziqning o'zining yopishuvchi tekisligidan (osculating plane) qanchalik chetlanishini o'lchash uchun **buralish (torsion)** tushunchasi kiritiladi. Uni  $\tau$  harfi bilan belgilanadi va quyidagicha hisoblanadi (bunda shtrixlar  $\tau$  parametr bo'yicha hosilani bildiradi):

$$\tau = \frac{x'(y''z''' - z''y''') - y'(x''z''' - z''x''') + z'(x''y''' - y''x''')}{(y'z'' - y''z')^2 + (z'x'' - z''x')^2 + (x'y'' - x''y')^2}$$

(Skalyar aralash ko'paytma yordamida).

Fazoviy egri chiziqning barcha geometrik xossalari Frenet-Serre (Frene) reperi orqali ifodalanadi. Bu reper uchta o'zaro perpendikulyar birlik vektorlardan iborat: Urinma vektor  $T$ , Bosh normal vektor  $N$  va Binormal vektor  $B$ . Ularning hosilalari Frenet-Serre formulalarini beradi:

$$\frac{dT}{ds} = kN \quad \frac{dN}{ds} = -kT + \tau B \quad \frac{dB}{ds} = -\tau N$$

Bu yerda  $s$ - egri chiziqning yoyi uzunligi parametri.

Geometrik va topologik tahlillarga asoslanib, bu ikki chiziq o'rtasidagi asosiy farqlarni quyidagicha umumlashtirish mumkin:

1. Buralish mezoni: Eng asosiy va qat'iy analitik farq shundaki, tekis egri chiziqning barcha nuqtalarida buralish nolga teng bo'ladi  $\tau = 0$ . Agar egri chiziqning biror qismida  $\tau = 0$  bo'lsa, bu chiziq fazoviy chiziqdir.
2. Binormal vektorning barqarorligi: Tekis egri chiziqlarda binormal vektor  $\rightarrow B$  doimo o'zgarmas (tekislikka perpendikulyar) bo'lib qoladi. Fazoviy chiziqlarda esa  $\rightarrow B$  vektor chiziq bo'ylab harakatlanganda o'z yo'nalishini o'zgartiradi.
3. Topologik tugunlar (Knot theory): Topologiya fanida tekis va fazoviy chiziqlar butunlay farq qiladi. Uch o'lchovli fazoda yopiq egri chiziqlar murakkab tugunlar hosil qilishi mumkin (masalan,

trifoy - uchburchakli tugun). Ammo tekislikda ( $n=2$ ) yoki to'rt o'lchovli fazoda ( $n=4$ ) chiziq tugun hosil qila olmaydi. Shuning uchun tugunlar nazariyasi aynan fazoviy egri chiziqlarni o'rganishga asoslangan.

Xulosa qilib aytganda, tekis egri chiziqlar fazoviy egri chiziqlarning xususiy, buralishi nolga teng bo'lgan holati hisoblanadi. Analitik geometriya va differensial topologiyada egrilik va buralish invariantlari ixtiyoriy egri chiziqni fiksirlangan siljishlar va burilishlar aniqligida to'liq tiklash imkonini beradi. Fazoviy egri chiziqlar o'zining yopishuvchi tekisligidan chiqib ketish xususiyati sababli tabiatdagi va muhandislikdagi ko'plab murakkab jarayonlarni (masalan, DNK spiralini) modellashtirishda xizmat qiladi.

### **Adabiyotlar, References, Литературы:**

1. Narmanov A. N., Differensial geometriya asoslari. – Toshkent: O'qituvchi, 2008.
2. Sharipov R., Differensial geometriya va tenzor tahlili asoslari. – Toshkent, 2016.
3. Spivak M., A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Publish or Perish, 1999.
4. O'Neill B., Elementary Differential Geometry. – Academic Press, 2006.