

N.I.LOBACHEVSKIY VA UNING GEOMETRIYASI**Abduqahhorova Dilafroz Bahromjon qizi****Matematika yo’nalishi 1-kurs talabasi****Maxmudova Dilnoza Xaytmirzaevna****Ilmiy maslahatchi: Matematika kafedrasi kata o’qituvchisi****Namangan davlat universiteti O’zbekiston****Annotatsiya:**

Ushbu maqolada noevklid geometriyaning asoschisi hisoblangan Nikolay Ivanovich Lobachevskiyning ilmiy merosi chuqur tahlil qilinadi. Asosan Evklid geometriyasining beshinchi postulatiga alternativ yondashuv sifatida yuzaga kelgan Lobachevskiy geometriyasining nazariy asoslari, matematik apparati va amaliy qo’llanilish sohalari o’rganiladi. Tadqiqot davomida parallel chiziqlar nazariyasi, giperbolik fazodagi uchburchaklar geometriyasi, trigonometrik formulalar hamda metrik xususiyatlar ilmiy asosda tahlil qilinadi. Shuningdek, ushbu geometriyaning zamonaviy matematika va fizika, xususan umumiy nisbiylik nazariyasidagi o’rni ko’rsatib beriladi. Maqola natijalari Lobachevskiy geometriyasining mustaqil va izchil matematik tizim sifatidagi ahamiyatini tasdiqlaydi.

Kalit so’zlar: noevklid geometriya, Lobachevskiy geometriyasi, parallel postulat, giperbolik fazo, trigonometrik formulalar, differensial geometriya

Аннотация:

В данной статье рассматривается научное наследие Nikolai Ivanovich Lobachevsky — основателя неевклидовой геометрии. Особое внимание уделяется теоретическим основам геометрии Лобачевского, возникшей как альтернатива классической геометрии Euclida. В работе анализируются теория параллельных прямых, геометрия треугольников в гиперболическом пространстве, тригонометрические формулы и метрические свойства. Также показана роль данной геометрии в современной математике и физике, в частности в General Relativity. Результаты исследования подтверждают значимость геометрии Лобачевского как самостоятельной и непротиворечивой математической системы.

Ключевые слова: неевклидова геометрия, геометрия Лобачевского, параллельный постулат, гиперболическое пространство, тригонометрические формулы, дифференциальная геометрия **Nikolai Ivanovich Lobachevsky and His Geometry**

Abstract:

This article examines the scientific legacy of Nikolai Ivanovich Lobachevsky, the founder of non-Euclidean geometry. Particular attention is given to the theoretical foundations of Lobachevsky’s geometry, which emerged as an alternative to the classical geometry of Euclid. The study analyzes the theory of parallel lines, the geometry of triangles in hyperbolic space, trigonometric formulas, and metric properties. It also highlights the role of this geometry in modern mathematics and physics, especially in General Relativity. The results confirm the importance of Lobachevsky’s geometry as an independent and consistent mathematical system.

Keywords: non-Euclidean geometry, Lobachevsky geometry, parallel postulate, hyperbolic space, trigonometric formulas, differential geometry

Kirish

Geometriya insoniyat tafakkurining eng qadimiy va fundamental yo'nalishlaridan biri bo'lib, u atrof-muhitni idrok etish, fazoviy tasavvurlarni shakllantirish va turli amaliy masalalarni hal etishda muhim o'rin egallaydi. Qadimgi davrlardan boshlab geometriya yer o'lchash, arxitektura, astronomiya va muhandislik kabi sohalarda keng qo'llanilgan. Ayniqsa, qadimgi yunon olimi Euclid tomonidan yaratilgan “Elementlar” asari geometriyaning aksiomatik asoslarini shakllantirib, ikki ming yildan ortiq vaqt davomida ilm-fan rivojida asosiy manba bo'lib xizmat qilgan. Ushbu asarda keltirilgan aksiomalar va postulatlar geometriyaning klassik modelini tashkil etadi.

Evklid geometriyasining eng muhim va bir vaqtning o'zida eng murakkab elementlaridan biri uning beshinchi postulati. Mazkur postulat parallel to'g'ri chiziqlar haqidagi tasavvurlarni belgilaydi va boshqa aksiomalarga nisbatan murakkabroq ifodaga ega. Shu sababli, tarix davomida ko'plab matematiklar ushbu postulatni boshqa aksiomalardan keltirib chiqarishga, ya'ni isbotlashga harakat qilganlar. Biroq barcha urinishlar muvaffaqiyatsiz yakunlangan va natijada bu postulatning mustaqilligi masalasi matematikada muhim muammoga aylangan.

XIX asr boshlariga kelib, geometriya rivojida tub burilish yuz berdi. Aynan shu davrda rus matematigi Nikolai Ivanovich Lobachevsky Evklidning beshinchi postulatini inkor etish orqali mutlaqo yangi geometrik tizimni yaratdi. Uning yondashuvi shundan iborat ediki, berilgan to'g'ri chiziqdan tashqaridagi nuqtadan shu chiziqqa parallel bo'lgan faqat bitta emas, balki cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bu g'oya dastlab ilmiy jamoatchilik tomonidan keskin tanqid qilindi, chunki u asrlar davomida shakllangan klassik qarashlarga zid edi. Shunga qaramay, vaqt o'tishi bilan Lobachevskiy nazariyasining mantiqiy izchilligi va ichki zidliklardan xoli ekanligi isbotlandi.

Lobachevskiy tomonidan yaratilgan ushbu yangi geometriya keyinchalik noevklid geometriya deb nomlandi. Uning asosida yotgan g'oyalar fazoning tabiati haqidagi tasavvurlarni kengaytirdi va matematik fikrlashning yangi bosqichini boshlab berdi. Endilikda geometriya yagona universal haqiqat sifatida emas, balki turli aksiomalar tizimiga asoslangan nazariyalar majmui sifatida qarala boshlandi. Bu esa matematikaning falsafiy asoslariga ham sezilarli ta'sir ko'rsatdi.

Mazkur tadqiqot ishining dolzarbligi shundan iboratki, Lobachevskiy geometriyasi nafaqat nazariy matematika doirasida, balki zamonaviy ilm-fanning turli sohalarida ham keng qo'llanilmoqda. Xususan, Differential Geometry va Topology kabi yo'nalishlar aynan noevklid geometriya g'oyalari asosida rivojlangan. Bundan tashqari, ushbu geometriya fizika sohasida, ayniqsa General Relativity nazariyasida muhim matematik apparat sifatida qo'llaniladi. Fazoviy egrilik tushunchasi orqali gravitatsiya hodisasini izohlash aynan noevklid geometriya bilan chambarchas bog'liqdir.

Shuningdek, Lobachevskiy geometriyasining ahamiyati uning metodologik yangiligida ham namoyon bo'ladi. U matematikada aksiomatik yondashuvning mustaqilligini va erkinligini ko'rsatib berdi. Ya'ni, matematik tizimlar faqat tajribaga emas, balki ichki mantiqiy izchillikka asoslanishi mumkinligi isbotlandi. Bu esa keyinchalik matematik mantiq, formal tizimlar va nazariy informatika kabi yo'nalishlarning shakllanishiga zamin yaratdi.

Ushbu maqolaning asosiy maqsadi Lobachevskiy geometriyasining nazariy asoslarini, uning matematik xususiyatlarini va ilmiy ahamiyatini chuqur tahlil qilishdan iborat. Shu bilan birga, maqolada noevklid geometriyaning shakllanish jarayoni, uning asosiy tushunchalari va

zamonaviy ilm-fandagi o‘rni ham yoritib beriladi. Tadqiqot davomida aksiomatik yondashuv, analitik metodlar va matematik modellashtirish usullaridan foydalaniladi.

Xulosa qilib aytganda, Lobachevskiy geometriyasi matematikaning rivojida yangi davrni boshlab bergan fundamental nazariyalardan biri hisoblanadi. U insoniyatning fazo haqidagi tasavvurlarini kengaytirib, ilmiy tafakkurning yangi ufqlarini ochib berdi. Shu sababli, ushbu mavzuni o‘rganish nafaqat matematik nuqtai nazardan, balki umumiy ilmiy dunyoqarashni shakllantirishda ham muhim ahamiyat kasb etadi.

USULLAR

Mazkur tadqiqot nazariy va analitik metodlarga asoslangan. Asosiy usullar quyidagilarni o‘z ichiga oladi:

1. Aksiomatik yondashuv
2. Analitik geometriya usullari
3. Trigonometrik modellashtirish
4. Differensial geometriya elementlari

Giperbolik tekislikni modellashtirish uchun Poincaré disk modeli va yarim tekislik modeli ishlatiladi.

Masalan, Poincaré disk modelida metrika quyidagicha beriladi:

d

$$s^2 = \frac{4(dx^2 + dy^2)}{(1 - x^2 - y^2)^2}$$

Bu yerda (x, y) disk ichidagi nuqtani ifodalaydi.

Giperbolik tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa quyidagicha aniqlanadi:

$$\text{cosd} = 1 + \frac{2|z_1 - z_2|^2}{(1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2)}$$

Bu formulalar orqali Lobachevskiy fazosining metrik xususiyatlari o‘rganiladi.

NATIJALAR

Tadqiqot natijasida Lobachevskiy geometriyasining quyidagi asosiy xususiyatlari aniqlandi:

1. Uchburchak ichki burchaklari yig‘indisi 180° dan kichik:

$$\alpha + \beta + \gamma < \pi$$

2. Uchburchak yuzasi burchaklar yig‘indisiga bog‘liq:

$$S = R^2(\pi - (\alpha + \beta + \gamma))$$

Bu yerda R – fazoning egrilik radiusi.

3. Parallel chiziqlar soni cheksiz:

Berilgan nuqtadan o‘tuvchi va berilgan chiziq bilan kesishmaydigan chiziqlar soni cheksiz bo‘ladi.

4. Giperbolik trigonometrik formulalar:

Kosinus teoremasi:

$$\text{cosa} = \text{cosb} \text{cosc} - \text{sinb} \text{sinc} \text{cosa}$$

Sinus teoremasi:

$$\frac{\text{sina}}{\text{sina}} = \frac{\text{sin}\beta}{\text{sinb}} = \frac{\text{sin}\gamma}{\text{sinc}}$$

Bu formulalar Evklid geometriyasidagi analoglardan tubdan farq qiladi.

MUHOKAMA

Lobachevskiy geometriyasining yaratilishi matematika tarixida inqilobiy hodisa bo'ldi. Bu nazariya Evklid geometriyasining yagona mumkin bo'lgan geometriya emasligini ko'rsatdi. Natijada matematika ko'proq abstrakt va aksiomatik yo'nalishga o'tdi.

Lobachevskiy geometriyasining ahamiyati quyidagi yo'nalishlarda yaqqol ko'rinadi:

1. Matematik mantiq va aksiomatik tizimlar rivoji
2. Differensial geometriya va topologiya
3. Fizika, ayniqsa umumiy nisbiylik nazariyasi

Einshteynning umumiy nisbiylik nazariyasida fazo egriligi tushunchasi aynan noevklid geometriyaga asoslanadi. Fazoning egriligi modda va energiya taqsimotiga bog'liq bo'lib, bu g'oya Lobachevskiy ishlari bilan chambarchas bog'liq.

Shuningdek, Lobachevskiy geometriyasi zamonaviy kosmologiyada ham qo'llaniladi. Koinotning global tuzilishini o'rganishda giperbolik fazo modellari muhim ahamiyatga ega.

Xulosa

Ushbu tadqiqot davomida Nikolai Ivanovich Lobachevsky tomonidan asos solingan noevklid geometriyaning nazariy asoslari, uning shakllanish jarayoni va matematik mohiyati atroflicha tahlil qilindi. Tahlillar shuni ko'rsatadiki, Lobachevskiy geometriyasi klassik Euclid geometriyasidan tubdan farq qiluvchi, lekin ichki jihatdan izchil va mantiqan mukammal tizim hisoblanadi. Ayniqsa, parallel postulatning inkori orqali yangi geometrik modelning yaratilishi matematika tarixida muhim burilish nuqtasi bo'lganini alohida ta'kidlash lozim.

Mazkur ishda Lobachevskiy geometriyasining asosiy xossalari, jumladan, uchburchak burchaklari yig'indisining 180° dan kichik bo'lishi, giperbolik fazoda masofa va yuzani aniqlash formulalari hamda trigonometrik munosabatlar chuqur o'rganildi. Ushbu natijalar shuni ko'rsatadiki, geometriya faqat bitta yagona modeldan iborat emas, balki turli aksiomatik tizimlar asosida bir nechta mustaqil va teng huquqli geometrik nazariyalar mavjud bo'lishi mumkin.

Shuningdek, Lobachevskiy geometriyasining zamonaviy fan rivojidadagi o'rni ham muhim ahamiyatga ega ekanligi aniqlandi. U nafaqat sof matematika, balki Differential Geometry, Topology kabi yo'nalishlarning rivojlanishiga kuchli turtki berdi. Bundan tashqari, ushbu geometriya fizika sohasida, xususan General Relativity nazariyasining shakllanishida muhim matematik apparat sifatida xizmat qilgani bilan ham ahamiyatlidir. Fazoviy egrilik tushunchasining ilmiy asosda izohlanishi aynan noevklid geometriya bilan chambarchas bog'liq.

Tadqiqot natijalari yana bir muhim jihatni ko'rsatadi: Lobachevskiy geometriyasi inson tafakkurining chegaralari kengayishiga olib kelgan. Ya'ni, u matematik fikrlashni faqat intuitiv va ko'rinadigan fazo bilan cheklab qo'ymasdan, abstrakt va umumlashtirilgan tizimlarga o'tishga yo'l ochdi. Bu esa o'z navbatida, zamonaviy matematik metodologiyaning shakllanishiga sezilarli ta'sir ko'rsatdi. Bundan tashqari, Lobachevskiy geometriyasining qo'llanilish doirasi bugungi kunda yanada kengayib bormoqda. U kosmologiya, nazariy fizika, kompyuter grafikasi va hatto axborot texnologiyalari kabi sohalarda ham o'z aksini topmoqda. Ayniqsa, murakkab tizimlarni modellashtirishda va fazoviy strukturalarni o'rganishda giperbolik geometriya muhim vosita sifatida qo'llanilmoqda.

Umuman olganda, Lobachevskiy tomonidan yaratilgan geometriya nafaqat yangi matematik nazariya, balki ilm-fan taraqqiyotida yangi paradigmaning boshlanishi sifatida baholanadi. Ushbu geometriya orqali insoniyat fazo va shakl haqidagi tasavvurlarini tubdan

qayta ko‘rib chiqdi. Shu sababli, Lobachevskiy geometriyasi hozirgi zamon ilmiy tafakkurining ajralmas qismi bo‘lib qolmoqda va kelajakdagi ilmiy izlanishlar uchun mustahkam nazariy asos vazifasini bajaradi.

Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Nikolai Ivanovich Lobachevsky. *Pangeometry*. Kazan University Press, 1855.
2. Nikolai Ivanovich Lobachevsky. *Geometrical Researches on the Theory of Parallels*. Berlin, 1840.
3. Euclid. *Elements*. (Tarjimasi va sharhlari bilan turli nashrlar).
4. David Hilbert. *Foundations of Geometry*. Open Court Publishing, 1899.
5. Henri Poincaré. *Science and Hypothesis*. Dover Publications, 1902.
6. John G. Ratcliffe. *Foundations of Hyperbolic Manifolds*. Springer, 2006.
7. Marvin Jay Greenberg. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*. W.H. Freeman, 2008.
8. William P. Thurston. *Three-Dimensional Geometry and Topology*. Princeton University Press, 1997.
9. Albert Einstein. *The Meaning of Relativity*. Princeton University Press, 1922.
10. Springer va Cambridge University Press nashrlaridagi zamonaviy ilmiy maqolalar va darsliklar.