

## FAZOVIY SHAKLLARNING POZITSION MUNOSABATLARIDA OPERATORLI MODELLASHTIRISH USULLARI

Abdujalilova Shahzodaxon Rasuljon qizi

Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi

Ilmiy maslahatchi: Maxmudova Dilnoza Xaytmirzaevna

Namangan davlat universiteti, O'zbekiston

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19810502>

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada fazoviy shakllarning o'zaro pozitsion munosabatlarini operatorli modellashtirish usullari o'rganiladi. Tadqiqotning maqsadi geometrik obyektlar (nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, sirtlar) o'rtasidagi kesishish, tegishlilik, parallelizm va tutashuv munosabatlarini topologik va algebraik operatorlar yordamida formal ifodalashdan iborat. Natijalarda fazoviy shakllar o'rtasidagi pozitsion holatlar uchun operatorli model qurildi va ular uchun umumiy matematik ifodalar keltirildi. Shuningdek, kesishish, tegishlilik va ajralish holatlari uchun yagona formal tizim ishlab chiqildi.

**Kalit so'zlar:** fazoviy shakllar, pozitsion munosabatlar, operatorli modellashtirish, geometrik modellar, kesishish, tegishlilik, parallelizm, topologik operatorlar.

## МЕТОДЫ ОПЕРАТОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПОЗИЦИОННЫХ ОТНОШЕНИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФОРМ

**Аннотация:** В данной статье исследуются методы операторного моделирования взаимных позиционных отношений пространственных форм. Целью исследования является формальное описание отношений пересечения, принадлежности, параллелизма и соприкосновения между геометрическими объектами (точка, прямая, плоскость, поверхности) с помощью топологических и алгебраических операторов. В результате была построена операторная модель позиционных состояний пространственных форм и приведены общие математические выражения для них. Также разработана единая формальная система для случаев пересечения, принадлежности и разделения.

**Ключевые слова:** пространственные формы, позиционные отношения, операторное моделирование, геометрические модели, пересечение, принадлежность, параллелизм, топологические операторы.

## OPERATOR MODELING METHODS IN POSITIONAL RELATIONSHIPS OF SPATIAL FORMS

**Abstract:** This article explores operator modeling methods for the mutual positional relationships of spatial forms. The aim of the study is the formal representation of intersection, incidence, parallelism, and tangency relationships between geometric objects (point, line, plane, surfaces) using topological and algebraic operators. As a result, an operator model for the positional states of spatial forms was constructed, and general mathematical expressions were provided for them. Furthermore, a unified formal system was developed for cases of intersection, incidence, and separation.

**Keywords:** spatial forms, positional relationships, operator modeling, geometric models, intersection, incidence (belonging), parallelism, topological operators.

## Kirish

Fazoviy shakllarning o'zaro joylashuvi va ularning pozitsion munosabatlarini o'rganish geometriyaning eng muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Klassik Evklid geometriyasida nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik kabi obyektlar orasidagi kesishish, parallelizm va tegishlilik munosabatlari asosan geometrik konstruksiyalar va analitik tenglamalar yordamida tavsiflanadi. Biroq zamonaviy matematik modellashtirish, kompyuter grafikasi va muhandislik hisoblashlarida bu munosabatlarni yanada umumiy, formal va algoritmik shaklda ifodalash zarurati yuzaga kelmoqda. Shu sababli fazoviy munosabatlarni operatorli yondashuv asosida modellashtirish dolzarb ilmiy muammo sifatida qaraladi.

Fazoviy shakllar  $\mathbb{R}^3$  Evklid fazosida qism to'plamlar sifatida qaraladi va ularning o'zaro munosabatlari quyidagi asosiy operatorlar orqali ifodalanishi mumkin:

$$I(A, B) = A \cap B \text{ (kesishish operatori)}$$

$$U(A, B) = A \cup B \text{ (birlashma operatori)}$$

$$D(A, B) = A \setminus B \text{ (farq operatori)}$$

$$C(A) = \bar{A} \text{ (yopilma operatori)}$$

Mazkur operatorlar yordamida geometrik obyektlar o'rtasidagi pozitsion holatlar formal ravishda ifodalanadi. Masalan, ikki shaklning kesishishi mavjudligi quyidagicha aniqlanadi:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

agar bu tenglik bajarilsa, shakllar kesishadi, aks holda ular ajralgan hisoblanadi:

$$A \cap B = \emptyset$$

Fazoviy shakllarning yana bir muhim munosabati - tegishlilik (inklyuziya) bo'lib, u quyidagicha aniqlanadi:

$$A \subseteq B$$

Bu holatda  $A$  shakl to'liq ravishda  $B$  ichida joylashgan bo'ladi. Agar esa

$$A \subset B, A \neq B$$

bo'lsa, qat'iy ichki joylashuv holati yuzaga keladi.

Parallelizm va ustma-ust tushmaslik munosabatlari esa analitik geometriyada vektorlar orqali ifodalanadi. Masalan, ikki to'g'ri chiziq parallel bo'lishi uchun ularning yo'nalish vektorlari proporsional bo'lishi kerak:

$$\vec{v}_1 = \lambda \vec{v}_2$$

yoki koordinatalar orqali:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Biroq bu kabi klassik yondashuvlar ko'pincha konkret shakllar uchun alohida-alohida formulalar talab qiladi. Operatorli modellashtirish esa ushbu munosabatlarni yagona tizimga keltirish imkonini beradi. Masalan, tegishlilik va kesishish munosabatlarini quyidagi umumiy shart orqali birlashtirish mumkin:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap (X \setminus B) = \emptyset$$

Shuningdek, shakllarning "tegishish" yoki "urinish" holati ham operatorlar orqali aniqlanishi mumkin. Agar

$$A \cap B \neq \emptyset, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) = \emptyset$$

bo'lsa, u holda shakllar faqat chegarada tegishadi. Bu esa topologik operatorlar yordamida fazoviy geometriyani yanada chuqurroq tahlil qilish imkonini beradi.

Fazoviy shakllarning umumiy modeli sifatida ularni topologik fazodagi qism to‘plamlar sifatida qarash mumkin. Bu holda ichki qism, yopilma va chegaralar operatorlari yordamida pozitsion munosabatlar yanada aniqlashtiriladi:

$$\partial A = \bar{A} \setminus \text{Int}(A)$$

Natijada ikki shaklning o‘zaro munosabati quyidagi uch asosiy komponent orqali ifodalanadi:

$$A \cap B, \partial A \cap \partial B, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B)$$

Mazkur yondashuv fazoviy obyektlar o‘rtasidagi barcha asosiy holatlarni — kesishish, ajralish, ichki joylashuv va chegaraviy tegishishni — yagona matematik model orqali ifodalash imkonini beradi.

Mavzuning dolzarbligi shundan iboratki, fazoviy munosabatlarni operatorli modellashtirish zamonaviy texnologik sohalarda keng qo‘llanilmoqda. Xususan, geoinformatsion tizimlar va avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlarida obyektlarning o‘zaro joylashuvini aniqlash muhim ahamiyatga ega. Bu jarayonlarda geometrik shakllar ustida bajariladigan amallar aynan operatorlar orqali amalga oshiriladi.

Mazkur maqolaning asosiy maqsadi fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini operatorli yondashuv asosida formal modellashtirish, ularning umumiy matematik modelini ishlab chiqish hamda turli holatlar uchun yagona nazariy asos yaratishdan iborat. Shu bilan birga, klassik geometrik yondashuvlar bilan operatorli model o‘rtasidagi bog‘lanishni aniqlash ham muhim vazifa sifatida qaraladi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi shundaki, fazoviy shakllarning o‘zaro joylashuvi bir-biridan mustaqil alohida holatlar sifatida emas, balki operatorlar tizimi orqali yagona struktura sifatida qaraladi. Bu esa geometrik munosabatlarni umumlashtirish, ularni algoritmik shaklga keltirish va amaliy masalalarda qo‘llash imkoniyatlarini kengaytiradi.

Shunday qilib, fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini operatorli modellashtirish geometriya va topologiya kesishgan nuqtada joylashgan bo‘lib, u zamonaviy matematik tahlil va modellashtirishning muhim yo‘nalishlaridan biri hisoblanadi.

### **Metod**

Mazkur tadqiqot fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini formal modellashtirish uchun aksiomatik-deduktiv yondashuvga asoslanadi. Asosiy fazo sifatida uch o‘lchovli Evklid fazosi  $\mathbb{R}^3$  qabul qilinib, undagi geometrik obyektlar  $A, B \subset \mathbb{R}^3$  ko‘rinishidagi qism to‘plamlar sifatida qaraldi. Ushbu obyektlarning o‘zaro joylashuvi va pozitsion holatlari operatorlar orqali ifodalandi va ular ustida algebraik hamda topologik analiz amalga oshirildi.

Tadqiqotning markaziy metodologik g‘oyasi shundan iboratki, fazoviy munosabatlar geometrik tasvirlar orqali emas, balki to‘plamlar ustida aniqlangan operatorlar yordamida umumlashtiriladi. Shu maqsadda quyidagi asosiy operatorlar kiritildi:

$$J(A, B) = A \cap B, \mathcal{U}(A, B) = A \cup B, \mathcal{D}(A, B) = A \setminus B, \mathcal{C}(A) = \bar{A}$$

hamda topologik operatorlar:

$$\text{Int}(A), \partial A = \bar{A} \setminus \text{Int}(A)$$

Mazkur operatorlar yordamida fazoviy obyektlar o‘rtasidagi barcha asosiy pozitsion holatlar yagona formal tizimga keltirildi. Xususan, kesishish, ajralish va tegishlilik munosabatlari quyidagi shartlar orqali aniqlanadi:

$$A \cap B \neq \emptyset \text{ (kesishish)}$$

$$A \cap B = \emptyset \text{ (ajralganlik)}$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap (X \setminus B) = \emptyset \text{ (tegishlilik)}$$

Metodologiyada operatorlar algebraasi muhim o‘rin egallaydi. Bunda operatorlar ustida quyidagi xossalari tekshirildi:

$$\begin{aligned} A \cap B &= B \cap A, A \cup B = B \cup A \\ A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \setminus (B \cup C) &= (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \end{aligned}$$

Bu tengliklar fazoviy munosabatlarni algebraik struktura sifatida ko‘rish imkonini beradi.

Shuningdek, fazoviy shakllarning ichki, tashqi va chegaraviy qismlari orqali pozitsion holatlarni aniqlash metodologiyada alohida ahamiyat kasb etadi. Har qanday  $A \subset \mathbb{R}^3$  uchun quyidagi parchalanishdan foydalanildi:

$$\mathbb{R}^3 = \text{Int}(A) \cup \partial A \cup \text{Ext}(A)$$

bu yerda:

$$\text{Ext}(A) = \text{Int}(\mathbb{R}^3 \setminus A)$$

Mazkur yondashuv asosida ikki shaklning o‘zaro joylashuvi uchta komponent orqali tahlil qilindi:

$$\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B), \partial A \cap \partial B, \text{Ext}(A) \cap \text{Int}(B)$$

Shakllarning “tegishish” holatini aniqlash uchun quyidagi kombinsion shartdan foydalanildi:

$$A \cap B \neq \emptyset, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) = \emptyset$$

Bu holatda obyektlar faqat chegarada tutashadi, ya’ni ular kesishmaydi, lekin bir-biriga tegadi.

Metrik yondashuvni qo‘llash orqali metodologiya yanada aniqlashtirildi. Agar  $d$ - Evklid metrikasi bo‘lsa, ochiq sharlar yordamida quyidagi lokal shartlar ishlatildi:

$$\begin{aligned} B_r(x) &= \{y \in \mathbb{R}^3: d(x, y) < r\} \\ x \in \text{Int}(A) &\Leftrightarrow \exists r > 0: B_r(x) \subset A \\ x \in \partial A &\Leftrightarrow \forall r > 0: B_r(x) \cap A \neq \emptyset \wedge B_r(x) \cap (\mathbb{R}^3 \setminus A) \neq \emptyset \end{aligned}$$

Bu formulalar yordamida fazoviy obyektlarning lokal yaqinlik xossalari aniqlanib, ular global munosabatlarga bog‘landi.

Tadqiqotda qiyosiy modellashtirish usuli ham qo‘llanildi, bunda turli geometrik obyektlar - tekisliklar, sferalar, to‘g‘ri chiziqlar va hajmli jismlar — uchun operatorli model sinovdan o‘tkazildi. Masalan, sfera va tekislikning kesishishi quyidagi tenglama orqali tekshirildi:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

va tekislik:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

ularning kesishishi mavjud bo‘lishi uchun masofa sharti qo‘llanildi:

$$d = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \leq R$$

Mazkur analitik shart operatorli model bilan uyg‘un holda tekshirildi:

$$\mathcal{I}(A, B) \neq \emptyset$$

Metodologiyada yangi yondashuv sifatida fazoviy munosabatlarni quyidagi umumiy operatorli funksiya orqali ifodalash taklif etildi:

$$\Phi(A, B) = (\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B), \partial A \cap \partial B, A \cap B)$$

Bu funksiya ikki obyekt o‘rtasidagi barcha asosiy pozitsion holatlarni yagona matematik modelda aks ettiradi.

Natijada metodologiya quyidagi bosqichlarga asoslandi: geometrik obyektlarni to‘plam sifatida ifodalash, ular ustida operatorlar kiritish, operatorlar algebraasi orqali munosabatlarni

aniqlash, topologik va metrik yondashuvlarni birlashtirish hamda olingan natijalarni analitik va geometrik misollar orqali tekshirish.

Shunday qilib, qo'llanilgan metodologiya fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini yagona operatorli model orqali ifodalash, ularni umumlashtirish va amaliy masalalarda qo'llash imkonini beruvchi samarali ilmiy yondashuvni ta'minlaydi.

### Natijalar

Tadqiqot natijasida fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini operatorli yondashuv asosida ifodalovchi yagona matematik model ishlab chiqildi va uning asosiy xossalari aniqlashtirildi. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, geometrik obyektlar o'rtasidagi kesishish, ajralish, tegishish va ichki joylashuv kabi barcha holatlar to'plamlar ustida aniqlangan operatorlar orqali qat'iy formal ifodalanishi mumkin.

Eng avvalo, ikki fazoviy obyekt  $A, B \subset \mathbb{R}^3$  uchun pozitsion munosabatlar quyidagi fundamental operator orqali umumlashtirildi:

$$\Phi(A, B) = (\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B), \partial A \cap \partial B, A \cap B)$$

Mazkur operator uch komponentdan iborat bo'lib, u obyektlarning ichki kesishishi, chegaraviy tutashuvi va umumiy kesishishini bir vaqtning o'zida aks ettiradi. Natijada fazoviy munosabatlarning to'liq tasnifi ushbu operator yordamida amalga oshirilishi mumkinligi aniqlandi.

Olingan natijalarga ko'ra, fazoviy shakllarning barcha asosiy pozitsion holatlari quyidagi shartlar orqali tavsiflandi:

Agar  $A \cap B = \emptyset$  bo'lsa, obyektlar ajralgan hisoblanadi.

Agar  $\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) \neq \emptyset$  bo'lsa, obyektlar hajm jihatidan kesishadi.

Agar  $A \cap B \neq \emptyset, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) = \emptyset$  bo'lsa, obyektlar faqat chegarada tegishadi.

Agar  $A \subseteq B$  bo'lsa, ichki joylashuv holati yuzaga keladi.

Mazkur tasnif fazoviy munosabatlarni to'liq qamrab oluvchi umumiy model sifatida qaraldi.

Natijalarning muhim qismi sifatida operatorlar o'rtasidagi yangi bog'lanish aniqlandi. Xususan, chegara va kesishish o'rtasidagi quyidagi tenglik o'rnatildi:

$$\partial(A \cap B) \subseteq (\partial A \cap \bar{B}) \cup (\partial B \cap \bar{A})$$

Bu natija ikki shakl kesishganida ularning chegaralari qanday hosil bo'lishini tushuntiradi va fazoviy geometriyada muhim nazariy ahamiyatga ega.

**Teorema (Operatorli pozitsion klassifikatsiya teoremasi):** Har qanday  $A, B \subset \mathbb{R}^3$  uchun ular o'rtasidagi pozitsion munosabat quyidagi operatorli shartlar orqali to'liq aniqlanadi:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A \cap B = \emptyset & \text{(ajralganlik)} \\ \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) \neq \emptyset & \text{(ichki kesishish)} \\ \partial A \cap \partial B \neq \emptyset, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) = \emptyset & \text{(chegaraviy tegishish)} \\ A \subseteq B \text{ yoki } B \subseteq A & \text{(inklyuziya)} \end{array} \right.$$

Bu teorema fazoviy munosabatlarni yagona matematik tizimga keltirib, ularni algoritmik aniqlash imkonini beradi.

Natijalar shuni ham ko'rsatdiki, operatorli model analitik geometriya bilan to'liq mos keladi. Masalan, sfera va tekislikning kesishish sharti:

$$\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \leq R$$

operatorli modelda quyidagicha ifodalanadi:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

bu esa geometrik va operatorli yondashuvlarning ekvivalentligini tasdiqlaydi.

Bundan tashqari, fazoviy shakllarning ichki va tashqi qismlari orqali quyidagi umumiy tenglik olindi:

$$\mathbb{R}^3 = \text{Int}(A) \cup \partial A \cup \text{Int}(\mathbb{R}^3 \setminus A)$$

Bu natija har qanday fazoviy obyekttni uchta fundamental komponentga ajratish mumkinligini ko'rsatadi va bu komponentlar orqali boshqa obyektlar bilan munosabatlar aniqlanadi.

Natijalarning yana bir muhim jihati shundaki, operatorli model yordamida murakkab shakllarning o'zaro joylashuvi ham sodda algebraik ifodalarga keltirildi. Xususan,

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap (\mathbb{R}^3 \setminus B) = \emptyset$$

tenglik orqali inklyuziya ham kesishish operatori orqali ifodalandi.

Umuman olganda, olingan natijalar fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini yagona operatorli tizim asosida ifodalash mumkinligini, bu yondashuv esa geometrik, topologik va analitik qarashlarni birlashtirishini ko'rsatdi. Shu bilan birga, ishlab chiqilgan model amaliy hisoblashlar, kompyuter grafikasi va muhandislik masalalarida qo'llash uchun qulay matematik apparat sifatida xizmat qilishi aniqlandi.

### **Muhokama**

Olingan natijalar fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini operatorli modellashtirish yondashuvi klassik geometrik metodlarga nisbatan yanada umumlashgan va tizimli ekanligini ko'rsatdi. An'anaviy analitik geometriyada har bir obyekt juftligi uchun alohida tenglamalar va shartlar tuziladi, masalan, sfera va tekislik, ikki tekislik yoki to'g'ri chiziqlar uchun turli formulalar qo'llaniladi. Operatorli yondashuv esa bu holatlarni yagona modelga keltirib, barcha munosabatlarni to'plamlar ustida aniqlangan operatorlar orqali ifodalash imkonini beradi.

Muhokama jarayonida  $\Phi(A, B)$  operatorining ahamiyati alohida namoyon bo'ldi:

$$\Phi(A, B) = (\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B), \partial A \cap \partial B, A \cap B)$$

Mazkur operator fazoviy obyektlarning o'zaro joylashuvini uchta asosiy komponent orqali tavsiflaydi. Birinchi komponent hajmiy kesishishni, ikkinchisi chegaraviy tutashuvni, uchinchi esa umumiy kesishishni ifodalaydi. Bu esa fazoviy munosabatlarni to'liq qamrab oluvchi universal model sifatida qaralishi mumkin.

Natijalardan ko'rinadiki, fazoviy munosabatlarni uchta fundamental savol orqali aniqlash mumkin: obyektlar kesishadimi, ular ichki qismda kesishadimi yoki faqat chegarada tegishadimi. Bu savollar quyidagi formal shartlarga keltiriladi:

$$A \cap B = \emptyset, \text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) \neq \emptyset, \partial A \cap \partial B \neq \emptyset$$

Shu orqali geometrik tahlil operatorli analizga o'tkaziladi.

Muhokama natijasida aniqlanishicha, chegara operatori fazoviy modellashtirishda markaziy rol o'ynaydi. Ayniqsa, quyidagi tenglik:

$$\partial A = \bar{A} \setminus \text{Int}(A)$$

obyektning "o'tish zonasi"ni aniqlash imkonini beradi. Bu zona ko'plab amaliy masalalarda muhim ahamiyatga ega, masalan, mexanikada kontakt zonalari, fizikada interfeyslar yoki kompyuter grafikada obyektlarning kesishish yuzalari aynan chegaraviy qismga to'g'ri keladi.

Operatorli modelning yana bir muhim jihati — uning algoritmik moslashuvchanligidir. Agar geometrik obyektlar diskret shaklda (masalan, mesh yoki voxel ko‘rinishida) berilgan bo‘lsa, kesishish va tegishish shartlari quyidagi kabi tekshiriladi:

$$A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow \exists x \in A \cap B$$

Bu esa kompyuter grafikasi va 3D modellashtirishda to‘g‘ridan-to‘g‘ri qo‘llanilishi mumkinligini ko‘rsatadi.

Shuningdek, operatorli yondashuv topologik invariantlik xossasiga ega. Ya‘ni, agar  $h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gomeomorfizm bo‘lsa, u holda:

$$h(A \cap B) = h(A) \cap h(B), h(\text{Int}(A)) = \text{Int}(h(A))$$

Bu esa modelning geometrik deformatsiyalar ostida ham o‘z xususiyatlarini saqlashini ko‘rsatadi.

Muhokamada yana bir muhim natija shuki, operatorli model analitik geometriya bilan mos keladi, lekin undan kengroq. Masalan, analitik yondashuvda sfera va tekislikning kesishishi masofa orqali aniqlansa:

$$d \leq R$$

operatorli modelda bu oddiygina:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

ko‘rinishga keladi. Demak, operatorli model konkret tenglamalardan abstraksiyaga o‘tishni ta‘minlaydi.

Tadqiqot natijalari shuni ham ko‘rsatdiki, fazoviy obyektlar o‘rtasidagi murakkab munosabatlar ham oddiy operatorlar kombinatsiyasi orqali ifodalanadi. Masalan, tegishish va ichki kesishish o‘rtasidagi farq quyidagicha ajratiladi:

$$\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) = \emptyset (\text{faqat tegishish})$$

$$\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B) \neq \emptyset (\text{ichki kesishish})$$

Bu esa fizik, muhandislik va modellashtirish masalalarida aniqlikni oshiradi.

Operatorli modellashtirishning afzalliklaridan biri uning universalligidir. U nafaqat soddaroq geometrik obyektlar, balki murakkab shakllar, masalan, ko‘phadlar, sirtlar va fraktal obyektlar uchun ham qo‘llanilishi mumkin. Chunki model to‘plamlar ustida qurilgan bo‘lib, ularning geometrik shakliga bog‘liq emas.

Umuman olganda, muhokama natijalari operatorli modellashtirish fazoviy geometriyada kuchli nazariy va amaliy vosita ekanligini ko‘rsatdi. U klassik geometriya, topologiya va kompyuter modellashtirishni yagona matematik platformada birlashtiradi. Shu sababli ushbu yondashuv nafaqat nazariy tadqiqotlar, balki amaliy muhandislik va texnologik sohalarda ham keng qo‘llanilishi mumkin.

### **Xulosa**

Mazkur tadqiqotda fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini operatorli modellashtirish usullari tizimli ravishda o‘rganildi va umumlashtirildi. Olingan natijalar shuni ko‘rsatdiki, geometrik obyektlar o‘rtasidagi kesishish, ajralish, tegishish va ichki joylashuv kabi barcha asosiy munosabatlar to‘plamlar ustida aniqlangan operatorlar yordamida yagona matematik modelga keltirilishi mumkin.

Tadqiqotning muhim natijasi sifatida fazoviy shakllarning pozitsion munosabatlarini ifodalovchi umumiy operatorli model taklif qilindi:

$$\Phi(A, B) = (\text{Int}(A) \cap \text{Int}(B), \partial A \cap \partial B, A \cap B)$$

Mazkur model ikki obyekt o'rtasidagi barcha asosiy munosabatlarni yagona tizimda aks ettiradi va ularni algoritmik aniqlash imkonini beradi. Bu esa fazoviy modellashtirishni soddalashtirish va umumlashtirishga xizmat qiladi.

Shuningdek, yangi ilmiy natija sifatida fazoviy shakllarning pozitsion klassifikatsiya teoremasi asoslandi. Unga ko'ra, har qanday ikki obyekt o'rtasidagi munosabatlar quyidagi to'rt asosiy holatdan biriga keltiriladi: ajralganlik, ichki kesishish, chegaraviy tegishish yoki inklyuziya. Bu esa fazoviy munosabatlarni to'liq va qat'iy tasniflash imkonini beradi.

### Adabiyotlar, References, Литературы:

1. Strang, G. (2006). *Linear Algebra and Its Applications*. Thomson Brooks/Cole.
2. Kuratowski, K. (1968). *Topology, Volume II*. Academic Press.
3. Dilnoza, M. Use of the Acmelological Approach to Teaching Mathematics. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*. c-ISSN, 2792-4025.
4. Abduraxmonova, R., & Mahmudova, D. (2025). Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 74–78). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15186643>
5. Abdulhayeva, G., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikda to'g'ri chiziq tenglamalari va ularni amaliyotga tadbiqu. В theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences (Т. 4, Выпуск 7, сс. 35–40).
6. Karimberdiyeva, D., & Mahmudova, D. (2025). Tekislikdagi perspektiv-affin moslikning o'ziga xos xususiyatlari. Развитие педагогических технологий в современных науках, 4(3), 114–117.
7. Ismoilova, D., & Mahmudova, D. (2025). Ko 'po 'lchovli yevklid fazosi: o 'qitish texnologiyasi asosida yondashuv. In *Innov. Conf. Published online April* (Vol. 17, No. 2025, pp. 1-7).
8. Abdiqayumov, A., & Maxmudova, D. (2025). Central and parallel projections and their properties. *Теоретические аспекты становления педагогических наук*, 4(8), 177-184.