

## WOLFRAM MATHEMATICA YORDAMIDA KOB–DUGLAS ISHLAB CHIQRISH FUNKSIYASINI TAHLIL QILISH

Shamiyeva Odina O'tkir qizi

Oriental universiteti Samarqand kampusi, Iqtisod yo'nalishi 1-kurs talabasi

Abdiraximova Dildora Begimkulovna

Ilmiy rahbar. Oriental universiteti Samarqand kampusi,

“Matematika va axborot texnologiyalari” kafedrası assistenti

abdiraximova89@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19809854>

**Annotatsiya.** Ishlab chiqarish funksiyalari iqtisodiy nazariyada ishlab chiqarish jarayonini matematik modellashtirishda muhim o'rin egallaydi. Ushbu maqolada Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasining matematik va iqtisodiy xususiyatlari o'rganildi. Kapital va mehnat omillarining ishlab chiqarish hajmiga ta'siri analitik usullar orqali tahlil qilindi. Shuningdek, Wolfram Mathematica dasturiy tizimi yordamida modelning sonli va grafik tahlili amalga oshirildi. Uch o'lchovli grafiklar, izokvant chiziqlari hamda interaktiv modellar yordamida ishlab chiqarish funksiyasining parametrlariga bog'liq xatti-harakati vizual ko'rsatildi. Olingan natijalar Mathematica tizimi iqtisodiy modellarni tahlil qilish va o'qitish jarayonida samarali vosita ekanligini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar:** Kobb–Duglas funksiyasi, ishlab chiqarish funksiyasi, iqtisodiy modellashtirish, Wolfram Mathematica, izokvantlar, gradient, Hessian matritsasi, optimallashtirish.

### Kirish

Zamonaviy iqtisodiy nazariyada iqtisodiy jarayonlarni matematik modellar yordamida tahlil qilish muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Matematik modellashtirish iqtisodiy jarayonlarning mohiyatini aniqlash, turli omillar o'rtasidagi bog'liqliklarni o'rganish hamda iqtisodiy qarorlar qabul qilish jarayonini ilmiy asoslash imkonini beradi. Ishlab chiqarish funksiyalari iqtisodiy modellashtirishning eng muhim vositalaridan biri bo'lib, ular ishlab chiqarish hajmi bilan ishlab chiqarish omillari o'rtasidagi funksional bog'lanishni ifodalaydi. Bunday modellar yordamida ishlab chiqarish samaradorligini tahlil qilish, resurslardan optimal foydalanish hamda iqtisodiy jarayonlarning kelajakdagi rivojlanishini prognoz qilish mumkin. Ishlab chiqarish funksiyalari orasida Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasi alohida o'rin tutadi. Ushbu model 1928-yilda amerikalik iqtisodchilar K. Kobb va P. Duglas tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, kapital va mehnat omillarining ishlab chiqarish hajmiga ta'sirini matematik jihatdan ifodalaydi. Modelning soddaligi va iqtisodiy talqinning qulayligi uni iqtisodiy tadqiqotlarda keng qo'llash imkonini beradi. So'nggi yillarda iqtisodiy modellarni tahlil qilishda kompyuter texnologiyalaridan keng foydalanilmoqda [1]. Xususan, Wolfram Mathematica tizimi matematik hisoblashlar, grafik modellashtirish hamda interaktiv vizualizatsiya imkoniyatlari bilan ajralib turadi. Ushbu dastur yordamida ko'p o'zgaruvchili funksiyalarni grafik tarzda tasvirlash, hosilalar va matritsalarini hisoblash hamda optimallashtirish masalalarini yechish mumkin.

Mazkur tadqiqotning asosiy maqsadi Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasining matematik xossalarini o'rganish hamda Wolfram Mathematica yordamida modelning grafik va sonli tahlilini amalga oshirish hisoblanadi.

**Tadqiqot metodlari.** Tadqiqot jarayonida iqtisodiy modellashtirish, matematik tahlil hamda kompyuter modellashtirish usullaridan foydalanildi. Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasi quyidagi ko‘rinishda beriladi

$$F(K, L) = AK^\alpha L^\beta,$$

bu yerda  $K$  - kapital,  $L$  - mehnat,  $A$  - texnologiya parametri,  $\alpha, \beta$  - elastiklik koeffitsientlari.

Modelning matematik tahlili quyidagi bosqichlarda amalga oshirildi:

- ishlab chiqarish funksiyasining hosilalarini hisoblash;
- chegaraviy mahsulotlarni aniqlash;
- gradient va Hessian matritsasini tahlil qilish;
- grafik modellashtirish;
- optimallashtirish masalasini yechish.

Mathematica muhitida model quyidagi tarzda aniqlanadi.

$$A=1, \alpha = 0,4, \beta = 0,6, F(K, L) = AK^\alpha L^\beta. [2]$$

**Uch o‘lchovli grafik.** Ishlab chiqarish funksiyasining xatti-harakatini vizual tahlil qilish uchun uch o‘lchovli grafik qurildi.

Plot3D[f[K, L], {K, 0, 20}, {L, 0, 20},

AxisLabel -> {"Capital", "Labor", "Output"}]

Ushbu grafik kapital va mehnat miqdori oshishi bilan ishlab chiqarish hajmi qanday o‘rishini ko‘rsatadi.

**Izokvantlar.** Izokvant chiziqlari ishlab chiqarish nazariyasida muhim grafik vosita hisoblanadi. Ular bir xil ishlab chiqarish hajmini beruvchi kapital va mehnat kombinatsiyalarini ifodalaydi. Izokvantlar yordamida ishlab chiqarish omillari o‘rtasidagi o‘zaro almashinuv imkoniyatini o‘rganish mumkin. Mathematica dasturi yordamida izoquantlarni grafik ko‘rinishda tasvirlash modelni yanada aniqroq tahlil qilish imkonini beradi.

Izokvantlar bir xil ishlab chiqarish hajmini ta‘minlovchi kapital va mehnat kombinatsiyalarini ifodalaydi.

ContourPlot[f[K, L], {K, 0, 20}, {L, 0, 20}, Contours -> 10]

Izokvantlar yordamida ishlab chiqarish omillari o‘rtasidagi almashinuv darajasi aniqlanadi.

**Chegaraviy mahsulotlar.** Kapital va mehnatning chegaraviy mahsulotlari hosilalar yordamida aniqlanadi.

D[f[K, L], K], D[f[K, L], L]

Bu natijalar ishlab chiqarish omillari samaradorligini ko‘rsatadi.

**Gradient va Hessian tahlili**

Gradient funksiyaning eng tez o‘rish yo‘nalishini ko‘rsatadi.

Grad[f[K, L], {K, L}]

Hessian matritsasi esa funksiyaning egriligi haqida ma‘lumot beradi.

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial K \partial L} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial L \partial K} & \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} \end{pmatrix}.$$

D[f[K,L], {{K,L},2}]

### **Optimallashtirish masalasi**

Iqtisodiyotda ishlab chiqarish jarayonining eng muhim masalalaridan biri mavjud resurslardan maksimal samaradorlik bilan foydalanishdir. Bunday masalalar odatda optimallashtirish masalalari sifatida qaraladi.

Kobb-Duglas funksiyasi asosida ishlab chiqarish hajmini maksimallashtirish yoki xarajatlarni minimallashtirish masalalarini yechish mumkin. Mathematica dasturi esa bunday optimallashtirish masalalarini tez va samarali yechishga yordam beradi.

Lagranj funksiyasi

$$\mathcal{L} = AK^\alpha L^\beta + \lambda(C - p_K K - p_L L).$$

Maximize[{A\*K^alpha\*L^beta,pK\*K + pL\*L <= C},{K,L}]

**Interaktiv model.** Wolfram Mathematica tizimining muhim afzalliklaridan biri interaktiv modellar yaratish imkoniyatidir. Interaktiv modellar yordamida parametrlarning o'zgarishi natijasida model qanday o'zgarishini real vaqt rejimida kuzatish mumkin.

Bu usul iqtisodiy modellarni o'rganishda juda foydali bo'lib, talabalar va tadqiqotchilarga modelning xususiyatlarini yanada chuqurroq tushunishga yordam beradi.

Manipulate [Plot3D[A\*K^alpha\*L^beta, {K, 0, 20}, {L, 0, 20}], {alpha, 0.1, 1}, {beta, 0.1, 1}].[3]

### **Olingan natijalar.**

Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasi kapital va mehnat o'rtasidagi iqtisodiy bog'liqlikni samarali ifodalashini ko'rsatadi. Model ishlab chiqarish omillarining chegaraviy mahsulotlarini aniqlash, resurslardan optimal foydalanishni tahlil qilish hamda iqtisodiy jarayonlarning dinamikasini o'rganish imkonini beradi. Wolfram Mathematica tizimidan foydalanish iqtisodiy modellarni tahlil qilish jarayonini sezilarli darajada soddalashtiradi. Ushbu dastur murakkab matematik hisoblashlarni avtomatlashtiradi, grafik modellarni tez yaratish imkonini beradi hamda parametrlarning modelga ta'sirini interaktiv tarzda o'rganishga yordam beradi. Shuningdek, Mathematica yordamida iqtisodiy modellarni o'qitish jarayonida ham samarali foydalanish mumkin. Grafik vizualizatsiyalar talabalar uchun nazariy tushunchalarni yanada tushunarli qiladi.

### **Xulosa**

Mazkur maqolada Kobb–Duglas ishlab chiqarish funksiyasining matematik va iqtisodiy xususiyatlari tahlil qilindi. Kapital va mehnat omillarining ishlab chiqarish hajmiga ta'siri analitik usullar yordamida o'rganildi hamda chegaraviy mahsulotlar, gradient va Hessian matritsalarini orqali modelning xatti-harakati aniqlashtirildi. Shuningdek, Wolfram Mathematica dasturi yordamida ishlab chiqarish funksiyasining grafik va sonli tahlili amalga oshirildi. Uch o'lchovli grafiklar, izokvant chiziqlari hamda interaktiv modellar yordamida parametrlarning modelga ta'siri vizual ko'rsatildi. Natijalar shuni ko'rsatadiki, Wolfram Mathematica iqtisodiy modellarni o'rganish, tahlil qilish va o'qitishda samarali ilmiy vosita hisoblanadi.

### **Adabiyotlar, References, Литературы:**

1. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production. American Economic Review, 1928.
2. A.R.Xashimov,A.I.Sotvoldiyev, G.S.Xujaniyozova, Q.X.Xolbozorov. Iqtisodchilar uchun matematika. II Modul
3. Wolfram S. The Mathematica Book. Wolfram Media.0.