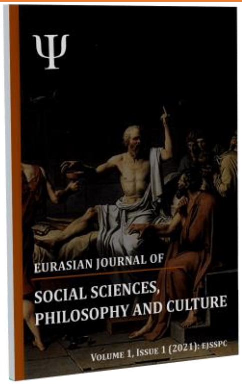
EURASIAN JOURNAL OF SOCIAL SCIENCES, PHILOSOPHY AND CULTURE
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.2 | SJIF = 6.051 www.in-academy.uz



ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ УМЕНИЯМ ПРИМЕНЯТЬ МЕТОДОВ ЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

[1]Абдуллаев А.Н.
[2]Инатов А.
[3]Останов К.
Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова
https://www.doi.org/10.5281/zenodo.8010371

ARTICLE INFO

Received: 28th May 2023
Accepted: 05th June 2023
Online: 06th June 2023

KEY WORDS

Метод, инвариант, инверсия, аналогия. принцип Дирихле, решение, числа, упростить, доказательство.

ABSTRACT

Основным инвариантом, определяющим стратегию поиска решения математической задачи, является определение знака. Определение возможности перехода от одного объекта к другому по условиям задачи, в которой в действиях, указанных как инвариантный признак, могут быть получены некоторые количественные и структурные характеристики этих объектов. В статье рассматривается метод инвариантов, принцип Дирихле, инверсия, аналогия, которые при овладении ими способствует развитию творческих умений учащихся при обучении математике.

В школе важно научить учащихся решать математические задачи на основе логического анализа и пользоваться чисто математическими принципами и правилами. Учитывая это, ниже мы опишем особенности использования некоторых из этих методов для решения математических задач.

1.Инвариантный метод. Основным инвариантом, определяющим стратегию поиска решения математической задачи, является определение знака. Определение возможности перехода от одного объекта к другому по условиям задачи, в которой в действиях, указанных как инвариантный признак, могут быть получены некоторые количественные и структурные характеристики этих объектов.

1).В последовательности 19752... каждое число равно последнему числу суммы предыдущих четырех чисел, начиная с пятого. Содержит ли эта последовательность сумму чисел 1234 или 7485?

Решение. Если мы заменим каждое число в полученной последовательности нулем, если оно четное, и единицей, если оно нечетное, мы получим последовательность IIII0IIII0IIII0I..., в которой за четырьмя единицами следуют нули, 1234 и 7485. Числа I0I0 и I00I соответствуют. Следовательно, данная последовательность не содержит таких агрегатов (инвариантом является структура данной последовательности).

2). На доске написано несколько нулей, единиц и двоек. Допускается удаление двух неравных чисел и замена их другим числом, т.е. -2 вместо 0 и 1, 0 вместо 1 и 2, -1 вместо

0 и 2. Докажите, что если в результате таких операций на доске останется только одно число, то оно не зависит от порядка вычеркивания.

Решение: x — количество нулей, y — количество единиц, z — количество двоек. После каждой операции все числа x, y, z меняются на 1, то есть меняется четность. Если на доске осталось одно число, то одно из x, y, z равно 1, то есть нечетное, а два других равны нулю, то есть четное. Итак, четно-нечетность одного из чисел отличается от двух других чисел, то есть на доске появляется число, четно-нечетность которого отличается от двух других чисел (инвариант - количественная характеристика чисел, т.е. четно-нечетность принимается во внимание).

3). На столе две стопки конфет, в первой 12 конфет, во второй 13. В один ход разыгрываются две игры, в которых выполняются следующие действия: либо можно съесть 2 конфеты, либо можно взять одну конфету и переложить ее из одной стопки в другую. Кто не может ходить, тот проиграл. Докажите, что при данных условиях всегда побеждает стартер.

Доказательство. В каждый ход разница между количеством конфет в первой и второй стопках меняется на 2. Итак, когда эти разности делятся на 4, образуются остатки I,3, I, 3... образуются остатки. Значит, на каждом ходу второго игрока этот остаток равен 3, и не может быть ситуации, когда он не может сделать ход. Так что стартер проигрывает.

4). В квадратной таблице с номерами 25x25 в каждой комнате написано одно из чисел I или -I. Произведение чисел, записанных в этом столбце, записывается под каждым столбцом. В правой части в каждой строке написано произведение чисел, записанных в этой строке. Докажите, что сумма записанных 50 умножений не может быть равна нулю.

Инструкции по решению. Обратите внимание на следующий инвариант: произведение всех 50 чисел равно I.

2. Поиск инвариантов. В этом случае ищется необходимый инвариант для решения задачи.

1). 1, 2... n чисел $a_1, a_2 \dots a_n$ расположены в произвольном порядке. Если n нечетно, докажите, что произведение $(a_1 - 1)(a_2 - 2)\dots(a_n - n)$ должно быть четным числом.

Решение: Из условия задачи следует, что выражение равно нулю. Это инвариант. Можно ли его использовать для решения проблемы? Возможно. Если сумма всех нечетных слагаемых равна нулю, то хотя бы одно из них четно, а отсюда следует, что их произведение четно.

Пример 2. У дракона 2000 голов. Герой может отрубить 33, 21, 17 или 1 голову одним ударом, а дракон вырастет соответственно 48, 0, 14, 349 голов. Если все головы отрубить, новые головы не вырастут. Как убить дракона?

3. Инверсия. Инверсия означает замену или расположение членов выражения в таком порядке, чтобы вновь образованное выражение было в точности равно заданному и тогда было бы удобно произвести замену, используемую при доказательстве и т. д.

Примеры: Вычислить сумму $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2 + 101^2$.

Решение.

$$1^2+3^2+5^2+....+99^2+101^2-2^2-4^2-....-98^2-100^2=1^2+\left(101^2-100^2\right)+\left(99^2-98\right)^2+....+\left(3^2-2^2\right)=$$
$$=201+1971+...+9+5+1=\frac{201+1}{2}\cdot 51=101\cdot 51=5151$$

Найти значение выражения $x^2+0{,}39x^3-0{,}61x^2+2x-0{,}22$ при

x = 0,61

Решение: Если мы запишем его как

$(((x+0{,}39)^x-0{,}61)x+2)x-0{,}22$

Вычисление станет намного проще.

Найти суммы:

а) 1+3+5+...+99; б) 99+95+91+7+3-1-5-89-93-97

Упростить:

0,57y+42,39y+49,93y+6,57y+8,61y

Справедливо ли при любых значениях переменных

3(2xy-1)-5(x+3)=6(xy-2)?

Решить уравнение:

$x^3-3x^2+2x-6=0$

Вычислить :

$x^2y^2-y^3+xy-x^3, x=\frac{1}{4}, y=0{,}5$

Решить уравнение:

$8x^3-6x^2+3x-1=0$

Используйте симметричный вид. Симметрия в виде некоторых уравнений, неравенств или систем облегчает решение задач.

При каких значениях

$$\begin{cases}|x|+|y|=a\\ x^2+y^2=1\end{cases}$$

система имеет решение?

Решение. Из симметрии выражений $|x|+|y|$ **и** x^2+y^2 **решение** можно проверить только для неизвестных x и y.

Если известно, что x+y=11, то при каких натуральных значениях x и y выражение xy достигает наибольшего значения?

Решение. Из-за симметрии xy и x+y следует рассматривать следующие пары:

(I,I),(2,9),(3,8),(4,7),(5,6)

Находим произведения этих пар наибольшее из них 5x6=30, то есть $x=5, y=6$ или $x=6, y=5$

4. Аналогия. Аналогия – это сходство в отношениях между объектами. Его можно использовать для решения некоторых логических математических задач.

Примеры. Уменьшение - вычитание, умножение - ...?

Замените точки в зависимости от того, что на первое и третье понятия соотносятся:

А) сумма; Б) вычитаемое; в) произведение; Г) умножение.

Аналогичным образом в следующих упражнениях найдите понятие, удовлетворяющее требуемому соотношению.

Треугольник - 180^0, прямоугольник - ?

Плоскость - квадрат, пространство - ?

Арифметическая прогрессия - разность, геометрическая прогрессия - ?

5. Принцип Дирихле. Этот принцип гласит, что в любом множестве из n произвольных элементов существует подмножество, содержащее не менее 2 элементов.

Основная идея состоит в том, что если можно установить отношение N > n между числом элементов данного множества N и числом его частей n при разбиении множества элементов на непересекающиеся части, то существует больше, чем один элемент между этими частями Можно сказать, что есть и часть.

1.Какое минимальное количество произвольных натуральных чисел можно получить, чтобы составить пары чисел с разницей в 5?

Решение. Мы разобьем множество натуральных чисел на 5 классов: в класс 1 мы включаем числа, которые дают остаток 0 при делении на 5, в класс 2 мы включаем числа, которые дают остаток 1, класс 3 из 2, класс 4 из 3, и класс 5 чисел, которые дают остаток 4. Разность двух чисел, принадлежащих к одному классу, делится на 5. Разность чисел, принадлежащих разным классам, не делится на 5. Если мы получим 6 чисел, то среди них найдутся два числа, принадлежащие к одному классу, и их разность делится на 5. Таким образом, можно получить как минимум 6 натуральных чисел.

2.В классе 41 ученик написал три сочинения. В результате учитель не поставил ни одной неудовлетворительной оценки, а каждый ученик получил одну из остальных оценок. Услышав это, один студент сказал, что как минимум 7 человек получили одинаковые оценки по всем трем письменным работам, другой подумал, что таких студентов было 8 человек. Кто из учеников правильно рассуждал?

Решение. Разбиваем учащихся на группы с возможными случаями оценивания: 3,4,5 3,5,4 4,3,5 4,5,3 5,4,3 5,3,4 (всего 6 группа). Если бы в каждой группе было не более 6 учеников, то в классе было бы не менее 36 учеников. Это против условия. Так, по крайней мере, в любой группе не более 7 студентов. Также возможно иметь не более 7 студентов в каждой группе (6 студентов в одной группе и 7 студентов в других). Итак, мнение первого читателя правильное.

3. В коробке 4 красных и 3 синих карандаша. Карандаши берут в темноте. Сколько карандашей нужно взять, чтобы среди вытащенных карандашей был не более одного синего карандаша? (5 ручек).

4.В школе 370 учеников. Сможете ли вы найти в этой школе хотя бы двух учеников, дни рождения которых совпадают?

5.У каждого из 5 детей есть хотя бы один мяч, всего получается 7 мячей. Любой из них: а) 3 мяча; б) Может ли быть 4 мяча? (Ответ: а) да; б) нет.)

6.У мальчика 9 медных монет. Докажите, что в нем есть хотя бы три монеты одного номинала.

Решение. Всего есть монеты номиналом 1, 2, 3 и 5 центов. Если у ученика по 2 каждого из них, значит, у него 8 монет. Оставшаяся 9-я монета состоит из монеты единственного вида.

В заключение следует отметить, что обучение учащихся регулярному использованию вышеперечисленных методов при решении многих задач, применяемых в обучении алгебре, позволяет развивать у учащихся математические способности и творческое мышление.

References:

1. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. Киров, АСА, 1994.
2. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2004.
3. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. М.: МЦНМО, 2004.
4. Снивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. - М.: Просвещение. 2002.
5. Ященко И.В. Математический праздник. - М.: МЦНМО, 2005.