



ТРИГОНОМЕТРИК ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШНИНГ БАЪЗИ УСУЛЛАРИ

¹Комилжон Кодиров

Фарғона давлат университети доценти
kkodirov65@mail.ru

²Нигора Мирзакаримова

Фарғона давлат университети доценти
nigora-mirzakarimova@mail.ru

³Хумора Зайнолобидинова

Фарғона давлат университети талабаси
xumora_z@mail.ru

<https://www.doi.org/10.5281/zenodo.8050036>

ARTICLE INFO

Received: 07th June 2023

Accepted: 16th June 2023

Online: 17th June 2023

KEY WORDS

Тенглама, квадрат,
коэффициент,
тригонометрик, интервал,
илдиз.

ABSTRACT

Ушбу мақолада тригонометрик тенгламалар ва тригонометрик функциялар ёрдамида ечиладиган тенгламаларни ечишнинг айрим усуллари ва уларга доир мисоллар келтириб ўтилган.

Ўқувчилар томонидан математикани чуқурроқ ўрганиш, олимпиада масалаларини ечиш жараёнларида кўп ҳолларда, тригонометрик тенгламаларга дуч келинади. Бундан ташқари, турли хил амалий масалаларни ечиш ҳам, шу каби тенгламаларни ечишга олиб келади. Умумий ўрта таълим мактаб дастурларида энг содда тригонометрик тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишга оид мавзулар ва уларни ечишнинг умумий усуллари ҳақида маълумотлар киритилган. Айрим турдаги тенгламаларни тригонометрик тенгламаларга келтириш орқали ечиш, масалан иррационал тенгламалар тенгламаларни тригонометрик функциялар билан алмаштириш орқали тригонометрик тенгламаларга келтириб ечиш мумкин. Иррационал тенгламаларнинг фақат алоҳида турлари, яъни айрим хусусий ҳоллари учун ечиш усуллари мавжуд [1-20].

Ушбу мақолада тригонометрик тенгламаларни ва айрим иррационал тенгламаларни тригонометрик тенгламаларга келтириб ечишнинг баъзи усуллари келтириб ўтилган.

Бу усулларни қуйидаги мисоллар орқали баён этамиз:

$$\cos x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}(\sin x + 1) = 0$$

1-Мисол:

Тенгламани ечинг.

Ечиш: Тенгламани ечиш учун дастлаб, тенгликни ўнг томонига $\cos x$ ни ўтказамиз ва қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}(\sin x + 1) = -\cos x$$



Берилган тенглама учун, $\cos x \leq 0$ шартни талаб қиламиз ва тенгликни ҳар икки томонини квадратга кўтарамиз, натижада:

$$\frac{2 - \sqrt{2}}{2}(\sin x + 1) = \cos^2 x \quad \text{ёки} \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{2}(\sin x + 1) = -(\sin^2 x - 1) \quad \text{тенгламага}$$

эга бўламиз. Бундан эса, $(\sin x + 1)(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x - 1) = 0$ тенгламани хосил

қиламиз. Сўнги тенгликдан $\sin x + 1 = 0$ ва $\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ ёки $\sin x = -1$ ва

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ тенгламаларга эга бўламиз ҳамда уларни ечамиз:

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi \quad \text{ва} \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi \quad . \quad \text{Юқоридаги } \cos x \leq 0 \quad \text{шартни эътиборга}$$

олиб, сўнги натижага $x = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi$ ва $x = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi$ эга бўламиз.

2-мисол: $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$ **Тенгламани ечинг.**

Ечиш: Ушбу тенгламани ечиш учун, дастлаб тенгликни ҳар икки томонини -1 га кўпайтириб, 1 ни қўшамиз ва қуйидаги тенгламани

$$1 - \sin 2x + 12(\sin x - \cos x) - 13 = 0 \quad \text{ёки}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x + 12(\sin x - \cos x) - 13 = 0$$

хосил қиламиз. Бундан эса, $(\sin x - \cos x)^2 + 12(\sin x - \cos x) - 13 = 0$ кўринишдаги келтирилгин квадрат тенгламани хосил қиламиз ва Виет теоремасидан фойдаланиб, $\sin x - \cos x = 1$, $\sin x - \cos x = -13$ тенгламаларга эга бўламиз. Бу

ерда табиийки иккинчи тенгламанинг ечими мавжуд эмас, шунинг учун биринчиден тенгламани ечиш билан қифояланамиз:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \Rightarrow \quad \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} = (-1)^k \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \text{уни}$$

$$k = 2n, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \quad k = 2n - 1, \quad x = (2n - 1)\pi \quad \text{илдизларини топамиз.}$$

3-мисол: $x^2 + x\sqrt{3-3x^2} = \frac{1}{2} + x$ **тенгламани ечинг.**

Ечиш: Берилган тенгламани аниқланиш соҳаси $3 - 3x^2 \geq 0$ эканлигидан, $x^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1) \leq 0$ шартга эга бўламиз. Демак, $-1 \leq x \leq 1$ шартни қаноатлантирувчи x лартучун тенглик ўринли. Ушбу шартни қаноатлантирувчи



$\cos t = x$ алмаштириш орқали, қуйидаги тригонометрик тенгламани ҳосил қиламиз ва уни ечамиз:

$$\cos^2 t + \sqrt{3} \cos t \sin t = \frac{1}{2} + \cos t$$

Ҳосил бўлган тенгламани ечиш учун, дастлаб тенгликни ҳар икки томонини 2 га кўпайтириб, $2\cos^2 t = 1 + \cos 2t$ га кўра, қуйидаги кўринишга келтириб оламиз:

$$2\cos^2 t + 2\sqrt{3} \cos t \sin t = 1 + 2\cos t \quad \text{ёки} \quad 1 + \cos 2t + \sqrt{3} \sin 2t = 1 + 2\cos t$$

Сўнги тенгламани $\cos 2t + \sqrt{3} \sin 2t = 2\cos t$ соддалаштирамиз ва ҳар икки

томонини 2 га бўлиб, $\frac{1}{2} \cos 2t + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2t = \cos t$ ёки $\cos(2t - \frac{\pi}{3}) - \cos t = 0$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бундан эса, $-2\sin(\frac{3t}{2} - \frac{\pi}{6}) \sin(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin(\frac{3t}{2} - \frac{\pi}{6}) = 0 \quad \text{ёки} \quad \sin(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{6}) = 0$$

кўринишга келтириб, $\frac{3t}{2} - \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in Z$ ёки $\frac{t}{2} - \frac{\pi}{6} = n\pi, n \in Z$

$$t = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in Z \quad \text{ёки} \quad t = \frac{\pi}{3} + 2n\pi, n \in Z$$

t -га нисбатан илдишларни топамиз. Юқоридаги $\cos t = x$ белгилашга қўйиш орқали,

$$x = \cos(\frac{\pi}{3} + 2n\pi) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \quad k = 0, \quad x = \cos \frac{\pi}{9}, \quad k = 1, \quad x = \cos \frac{7\pi}{9},$$

$k = 2, \quad x = \cos \frac{13\pi}{9}$ ечимларга эга бўламиз.

References:

1. Кодиров К. Р., Тухтасинов Т. Ш., Йўлдошали Й. У. Связь топологии сходимости по мере на алгебрах Фон Неймана //Вестник магистратуры. – 2021. – С. 7.
2. Кодиров К., Йигиталиев Й. Топология сходимости по мере на-алгебрах //Экономика и социум. – 2020. – №. 1. – С. 491-495.
3. Кодиров К., Йигиталиев Й. Инновационный метод обучения высшей математике //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 71.
4. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.
5. Raximovich K. K., Shokirjon o'g'li T. T. OJ-ALGEBRA OF MEASURABLE ELEMENTS WITH RESPECT TO A SUBADDITIVE MEASURE ON JORDAN ALGEBRAS //European Journal of Interdisciplinary Research and Development. – 2022. – Т. 4. – С. 19-21.



6. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.
7. Raximovich K. K., Shokirjon o'g'li T. T. OJ-ALGEBRA OF MEASURABLE ELEMENTS WITH RESPECT TO A SUBADDITIVE MEASURE ON JORDAN ALGEBRAS //European Journal of Interdisciplinary Research and Development. – 2022. – Т. 4. – С. 19-21.
8. Kodirov K. R., Nishonbaev A. S. On the scientific basis of forming students' logical competence //ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. – 2021. – Т. 11. – №. 3. – С. 123-128.
9. Raximovich K. K. et al. Some Methods for Solving Fourth-Order Equations //International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology. – 2022. – Т. 2. – №. 4. – С. 127-130.
10. Кодиров К. Р., Тухтасинов Т. Ш., Йўлдошали Й. У. Связь топологии сходимости по мере на алгебрах Фон Неймана //Вестник магистратуры. – 2021. – С. 7.
11. Kodirov K. R. et al. COMPETENCE-BASED APPROACH IN TEACHING SOME ELEMENTS OF MATHEMATICS LESSON DESIGN METHODOLOGY //Scientific Bulletin of Namangan State University. – 2020. – Т. 2. – №. 9. – С. 390-394.
12. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.
13. Кодиров К., Йигиталиев Й. ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ С ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКОЙ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 435-438.
14. Кодиров К., Йигиталиев Й. -ИЗМЕРИМЫЕ ОПЕРАТОРЫ НА-АЛГЕБРАХ //Экономика и социум. – 2020. – №. 1. – С. 485-490.
15. Кодиров К., Йигиталиев Й. МАТЕМАТИКА С ИГРАМИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 439-441.
16. Кодиров К., Йигиталиев Й. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 428-430.
17. Кодиров К., Йигиталиев Й. МАТЕМАТИКА ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 442-444.
18. Kodirov K. R., Nishonbaev A. S. A n I nternational M ultidisciplinary R esearch J ournal.
19. Komiljon K., Yuldoshali Y. Subadditive measure on projectors of von neumann algebra //International Journal on Integrated Education. – Т. 3. – №. 1. – С. 26-28.
20. Komiljon K., Yuldoshali Y., Begzod S. Communication of sab additive measures on Jordan banach algebra //International Journal on Integrated Education. – Т. 3. – №. 1. – С. 29-31.