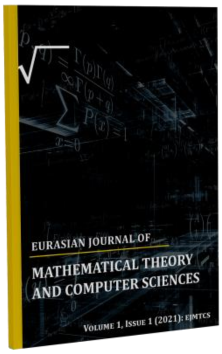
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СКОРОСТИ ПРИРОСТА МАССЫ ОСАДКА НА ВНЕШНИХ ПОВЕРХНОСТЯХ ТУПИКОВЫХ ПОЛОВОЛОКОННЫХ ФИЛЬТРОВ

[1]Шамсиддинов Р.Й.
[2]Уралов Ш.Х.
Бакалавр 4- курса, Института Инженерной физики Самаркандского государственного университета имени Ш.Рашидова, г.Самарканд
https://www.doi.org/10.5281/zenodo.8050017

ARTICLE INFO

Received: 07th June 2023
Accepted: 15th June 2023
Online: 16th June 2023

KEY WORDS

Мембранные аппараты, скорость белковых частиц, формула неразрывности, молекулярные частицы.

ABSTRACT

С помощью метода конечных разностей решена задача фильтрования суспензии на внешних поверхностях тупиковых половолоконных фильтров с учетом увеличения скорости осаждения, вызванное проницаемостью мембран. Показано, влияние параметров процесса на характеристики фильтрования.

Рассмотрим мембранные аппараты на половолоконной основе, в которых обрабатываемая суспензия подается к наружной поверхности половолокна. Плотность и вязкость суспензии постоянны. Со стороны внутренних каналов волокон создается разрежение, обеспечивающее постоянный перепад трансмембранного давления – движущую силу процесса очистки. Считаем, пористые половолоконные мембраны обладают абсолютной задерживающей способностью по отношению к взвешенным частицам. Пренебрегаем диффузией частиц за пределами слоя поверхностных сил. При этом принимаем идеальное перемешивание суспензии в плоскости, перпендикулярной к потоку жидкости в связи с локальной неустойчивостью потока и наличием межволоконных вихрей.

В работах [1,2,3] изучено изменение скорости осаждения частиц суспензии фильтре в зависимости от времени, предложен «обобщенный метод осреднения переменных параметров».

Уравнение скорости осаждения частиц в данной работе отличи от [1] записываем виде

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \left(\beta + k_3 V_p\right)c - \alpha\Gamma, \qquad (1)$$

где Γ-удельная масса осадка на 1 м^2 наружной поверхности мембраны; c-концентрация взвешенных частиц; α и β -константы, называющиеся коэффициентами пептизации и адсорбции; k_3- константа, t - время; z - координата; $V_p = p/\mu\left(R_m + r_c\Gamma\right)$,

p - трансмембранное давление; μ- динамическая вязкость жидкости; $R_m = p/(\mu V_0)$ - сопротивление чистой мембраны; r_c- удельное сопротивление осадка.

V_0 - начальная скорость пермеата. Составляющее $k_3 V_p c$ в (1) добавляемое нами здесь, описывает увеличение скорости осаждения, вызванное проницаемости мембран [4,5].

Закон сохранения массы частиц в дифференциальной форме имеет следующий вид

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\frac{\partial (cw)}{\partial z}=-s\frac{\partial \Gamma}{\partial t} \qquad (2)$$

$s=s_m/(sd)$ - отношение внешней поверхности мембран к объему фильтра, занятый суспензией; s_m - суммарная площадь наружной поверхности мембран; s - суммарная площадь поперечного сечения межволоконного пространства; d - общая глубина фильтра. w - скорость жидкости, усредненная по поперечному сечению всех межволоконных каналов на расстоянии z от входа в фильтр.

Уравнение неразрывности в интегральной форме [6] записываем в виде

$$w=w_0-\int_0^z sV_p dz, \qquad (3)$$

где w_0 - постоянная скорость подачи суспензии в фильтр.

Концентрация суспензии на входе в фильтр первоначально фильтр был чистым,

$c=0,\ \Gamma=0$ при $t=0,\ z>0$ (4)

$c=c_0$ при $z=0,\ t>0$ (5)

Задача (1)-(5) приводится к сложному нелинейному интегро-дифференциальному уравнению для Γ

$$\frac{\partial^2\Gamma}{\partial t^2}+(\alpha+s\beta)\frac{\partial\Gamma}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial t}+\alpha\Gamma\right)\times\left(w_0-\int_0^z\frac{sV_0}{1+\chi_1\Gamma}\right)\right]=s\frac{k_3V_0}{1+\chi_1\Gamma}\frac{\partial\Gamma}{\partial t}+$$
$$\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial t}+\alpha\Gamma\right)\times\left(\beta+\frac{k_3}{1+\chi_1\Gamma}\right)\left[\left(w_0-\int_0^z\frac{sV_0}{1+\chi_1\Gamma}\right)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{V_0}{1+\chi_1\Gamma}\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_0}{1+\chi_1\Gamma}\right)\right] \qquad (6)$$

с начальными и граничными условиями

$c=0,\ \Gamma=0$ при $t=0,\ z>0$ (7)

$\Gamma=\Gamma_0$ при $z=0,\ t>0$, (8)

где Γ_0 определяется путем интегрирования уравнения (1)

$$\frac{\partial\Gamma_0}{\partial t}+\alpha\Gamma_0=\left(\beta+k_3\frac{V_0}{1+\chi_1\Gamma}\right)c_0$$

с $\Gamma_0=0$ при $t=0$.

Вводя безразмерные переменные

$$\gamma=\frac{s}{c_0}\Gamma,\ \tau=s\beta t,\ Z=\frac{z}{d},\ N_\beta=\frac{s\beta d}{w_0},\ N_\chi=\frac{\chi_1 c_0}{s},\ N_\alpha=\frac{\alpha}{s\beta},N_3=\frac{k_3V_0}{\beta},\xi=\frac{sV_0 d}{w_0},$$

задачу (6)-(8) запишем в виде

$$\frac{\partial^2\gamma}{\partial\tau^2}+(1+N_\alpha)\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}+\frac{1}{N_\beta}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}+N_\alpha\gamma\right)\times\left(1-\xi\int_0^Z\frac{dZ}{1+N_\chi\gamma}\right)\right)=N_3\frac{dZ}{1+N_\chi\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}+$$

$$+N_3\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\tau}+N_\alpha\gamma\right)\frac{1}{1+\dfrac{N_3}{1+N_\chi\gamma}}\left[\left(1-\xi\int_0^Z\frac{dZ}{1+N_\chi\gamma}\right)\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{1}{1+N_\chi\gamma}\right)+N_\beta\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{1+N_\chi\gamma}\right)\right] \quad (9)$$

$$\gamma=0,\ \frac{\partial\gamma}{\partial t}=0 \text{ при, } \tau=0, Z>0, \quad (10)$$

$$\gamma=\gamma_0 \text{ при } Z=0,\ \tau>0. \quad (11)$$

Функция γ_0 находится путем решения нелинейного уравнения

$$N_\alpha\gamma^2+\frac{2N_3}{N_\chi}\ln(1+N_\chi\gamma)=N_\alpha\tau \quad (12)$$

с начальным условием $\gamma_0=0$ при $\tau=0$.

Введя новую функцию

$$v=\int_0^Z\frac{dZ}{1+N_\chi\gamma}$$

- скорость потока пермеата из объема фильтра между входной плоскостью фильтра и плоскостью с координатой Z, из (9) получим

$$-2N_\beta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}\right)^2+N_\beta\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^3 v}{\partial Z\partial\tau^2}+N_\beta(1+N_\alpha)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}-2(1-\xi v)\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}+(1-\xi v)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^3 v}{\partial Z^2\partial\tau}+$$

$$+N_\alpha(1-\xi v)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}-\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}+N_\alpha\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^3-N_\alpha\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^4+N_3N_\beta\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}-$$

$$-\frac{N_3}{1+N_3\dfrac{\partial v}{\partial Z}}\times\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}-N_\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2+N_\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^3\right)\left(N_\beta\frac{\partial^2 v}{\partial Z\partial\tau}+(1-\xi v)\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}\right)=0, \quad (13)$$

Начальные и граничное условия относительно новой переменной имеет вид

$$v(0,Z)=Z,\quad \frac{\partial v(0,Z)}{\partial\tau}=0,$$

$$\frac{\partial v(\tau,0)}{\partial Z}=\frac{1}{1+N_\chi\gamma_0},\quad v(\tau,1)=0. \quad (14)$$

Вводя обозначение $u=\dfrac{\partial v}{\partial\tau}$ переходим к уравнению

$$-2N_\beta\left(\frac{\partial u}{\partial Z}\right)^2+N_\beta\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 u}{\partial Z\partial\tau}+N_\beta(1+N_\alpha)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial u}{\partial Z}-2(1-\xi v)\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}\frac{\partial u}{\partial Z}+(1-\xi v)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2}+$$

$$+N_\alpha(1-\xi v)\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}-\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2\frac{\partial u}{\partial Z}+N_\alpha\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^3-N_\alpha\xi\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^4+N_3N_\beta\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2\frac{\partial u}{\partial Z}-$$

$$-\frac{N_3}{1+N_3\frac{\partial v}{\partial Z}}\times\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\frac{\partial u}{\partial Z}-N_\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^2+N_\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)^3\right)\left(N_\beta\frac{\partial u}{\partial Z}+(1-\xi v)\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2}\right)=0,$$

(15)

с $v(0,Z)=Z,\ u(0,Z)=0$

$$\frac{\partial v(\tau,0)}{\partial Z}=\frac{1}{1+N_\chi\gamma_0},\quad v(\tau,1)=0.$$

(16)

Для решения задачи (15)-(16) пременен разностный метод. Полученная система нелинейных разностных уравнении для каждого временного слоя решена итерационным методом Ньютона. Сходимость метода обеспечивается за счет выбора первоначальных приближений близкими к искомому решению, т.к. они берутся из решений предыдущего слоя. Расчеты показывают интенсификацию процесса осаждения частиц на поверхности фильтра в рамках предлагаемой кинетики осаждения (1).

References:

1. Polyakov Yu.S. Phenomenological theory of depth membrane filtration // Chem. Eng. Sci. 2007. V. 62, P.185
2. Polyakov Yu.S., Dil'man V.V. Approximate method for nonlinear differential and integrodifferential equations // AIChE J. 2006. V. 52. № 11. PP. 3813–3824.
3. Zeman L.J., Zydney A.L. Microfiltration and Ultrafiltration: Principles and Applications. N.Y.: Marcel Dekker, 1996.
4. Tien C. Granular filtration of aerosols and hydrosols. Boston: Butterworths, 1989.
5. Khuzhayorov, B.Kh.; Ibragimov, I.; Saydullaev, U.; Shadmanov, I. and Md Ali, F. Filtration of suspensions with forming of an elasto-plastic cake. Waves in Random and Complex Media, 2022. DOI:10.1080/17455030.2022.2136417
6. Khuzhayorov, B.Kh.; Saydullaev, U., Fayziev, B. Relaxation Equations of Consolidating Cake Filtration. Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, 2020, 74(2), 168-182. https://doi.org/10.37934/arfmts.74.2.168182