



**BA'ZI IKKINCHI DARAJALI IKKI NOMA'LUMLI ANIQMAS
TENGLAMALARNI BUTUN YECHIMLARINI ANIQLASHNING
BIR USULI**

¹Hakimov A.

Navoiy davlat pedagogika instituti, f.-m.f.n., dotsent

²Zayniddinova Mohinur Nasriddin qizi

Navoiy davlat pedagogika instituti, magistr -Email:

merko090@gmail.com

<https://www.doi.org/10.5281/zenodo.7870270>

ARTICLE INFO

Received: 16th April 2023

Accepted: 26th April 2023

Online: 27th April 2023

KEY WORDS

Aniqmas tenglama, Pell tenglamaning butun yechimlari, rekurent munosabat.

ABSTRACT

Maqolada $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ ko'rinishagi aniqmas tenglamaning butun yechimlarini aniqlashning rekurent formulasi keltirib chiqariladi va bu yechimlarning jadval ko'rinishi keltirilgan.

Aniqmas tenglamaning butun yechimlari haqida masalalar sonlar nazariyasining ilk muammolaridan biri hisoblanadi. Pell tenglomasining yechimlari haqida masala dastlab [3] da keltirilgan. Bunday masalalarning yechimlari turli mualliflar tomonidan har xil usullarda berilgan. Ularning mazmunini sodda asoslab tushuntirsa bo'lmaydimi deguvchilar ham topiladi. Ushbu

$$x^2 - dy^2 = 1$$

ko'rinishdagi tenglama Pell tenglamasi deyiladi. Bu yerda d , biror sonning kvadratiga teng bo'lmagan natural son.

Chunki "d - biror sonning kvadratiga teng bo'lmagan natural son?" Agar $d = a^2$ bo'lsa, u holda $x^2 - a^2 y^2 = 1$ tenglamaning chap tomoni ikki ko'paytuvchi ajraladi va tenglama

$$(x - ay)(x + ay) = 1$$

ko'rinishga keladi. 1 ni ikki butun sonning ko'paytmasi sifatida, ikki usulda tasvirlash mumkin: $1 \cdot 1, -1 \cdot (-1)$.

Birinchi holda $x - ay = 1$ va $x + ay = 1$ bo'lib, bulardan $x = 1$ va $y = 0$ kelib chiqadi.

Ikkinchi holda $x - ay = -1$ va $x + ay = -1$ bo'lib, bulardan $x = -1$ va $y = 0$ kelib chiqadi.

Shunday qilib, agar $d = a^2$ bo'lsa, u holda $x^2 - dy^2 = 1$ tenglama osongina yechilar ekan.



Buning uchun hech qanday maxsus foydalanmadik, oddiygina, kvadratlar ayirmasini ko'paytuvchilarga ajratdik, xolos. Haqiqiy qiziqarli holatlar, ajoyib- qoyilmaqom mulohazalar d -biror sonning kvadratiga teng bo'lmagan holda paydo bo'ladi.

1900 yili Xalqaro matematika Kongressida qilgan ma'ruzasida qo'yilgan Gilbertning 10-muammosi, 1970 yili Yu.Matiyasevich tomonidan, aynan Pell tenglamasi kabi tenglamalar yordamida yechilgani hammaga ma'lum.

Ushbu Pell tenglamasi yechimlarining eng soda xossalari bilan bir qatorda, bu ajoyib tenglamalar bilan bog'liq jiddiy va murakkab teoremlar va masalalar haqida fikr yuritiladi. Maqolada Pell tenglamasining xususiy hollardagi butun yechimlarini topish masalasi bilan shugullanaylik.

Ushbu

$$x^2 - 2y^2 = \pm 1 \quad \text{tenglama}$$

tenglamani qaraylik. Tenglamaning o'ng tomonida 1 emas ± 1 turganiga xayron bo'lmang. Ishonavering, aynan shu holda quyida gap boradigan va keltirib chiqariladigan qonuniyatlarni anglash oson bo'ladi.

O'rniga qo'yib ko'rish yo'li bilan tenglamaning bir nechta yechimlarini topamiz:

$$(x; y) = (1;0), (1;1) \quad \text{va} \quad (3;2).$$

Hisoblashlarni davom ettirib quyidagi jadvalni tuzishimiz mumkin:

x	1	1	3	7	17	41	99	239
y	0	1	2	5	12	29	70	169
X^2-2y^2	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1

Bu jadvalga diqqat bilan qarab, har bir ustundagi qiymatlar oldingisidan sodda qoida asosida hosil qilinishi sezish mumkin: ning "yangi" qiymati "eski" va lar yig'indisiga teng, ning "yangi" qiymati esa ning "eski" va "yangi" qiymatlari yig'indisiga teng.

Aniqroq aytganda,

$$X = x + 2y, \quad Y = y + x$$

formulalar o'rinli.

Albatta, jadvaldagi bir nechta dastlabki yechimlar asosida bu formulalarning, Pell tenglamasining barcha yechimlari uchun o'rinliligiga ishonishimiz qiyin. Shu sababli quyidagi tasdiqni isbotlashimiz lozim.

1-teorema: Agar x va y lar $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ tenglamani qanoatlantirsa, u holda $(x; y) = (x + 2y; x + y)$ sonlar juftligi $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ tenglikni qanoatlantiradi.

Natija. $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ tenglama natural sonlar to'plamida cheksiz ko'p yechimga ega.

2-teorema. $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ tenglamaning "eng soda" hisoblang $(1;0)$ yechimidan $(x; y) \rightarrow (x + 2y; x + y)$ qoida yordamida olinadigan yechimlaridan boshqa butun musbat yechimlari yo'q. 1-teoremaning isboti juda oson: x va y lar o'rniga X va Y ning qiymatlarini qo'yish yetarli. Ya'ni,



$$(x + 2y)^2 - 2(x + y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 2(x^2 + 2xy + y^2) = 2y^2 - x^2 = -(x^2 - 2y^2)$$

Bundan, agar $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ bo'lsa, u holda $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ bo'lishi kelib chiqadi.

Shunday qilib 1-teorema isbot bo'ldi va biz "eski" yechimlar yordamida "yangi" yechimlarni topishni o'rgandik.

Endi 2-teoremaga to'xtalsak. Uning isboti unchalik murakkab bo'lmasa ham, shunchaki. Gapirib o'tib ketiladigan g'oyalarni emas, balki juda muhim hisoblangan g'oyalardan foydalanishni talab qiladi. Shu sababli, uning isbotiga keyinroq qaytamiz va hozircha Pell tenglamasini yechish uchun irratsional sonlardan qanday foydalanish mumkinligi haqida fikr yuritiladi.

Mustaqil bajariladigan masalalar.

1. Dastlabki hadlar $x_0=1, y_0=0$ bo'lgan va $x_{n+1} = x_n + 2y_n$ hamda $y_{n+1} = x_n + y_n$ rekurrent munosabatlar bilan aniqlangan

$$x_0 = 1, x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 7, x_4 = 17, \dots$$

va $y_0 = 0, y_1 = 1, y_2 = 2, y_3 = 5, y_4 = 12, \dots$ ketma - ketliklar berilgan. Ushbu

$x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$ va $y_{n+2} = 2y_{n+1} + y_n$ munosabatlar o'rinli bo'lishini isbotlang.

2. Zamonaviy raqs qoidasiga ko'ra o'yinchi bir harakatda yoki bir qadam oldinga, yoki ikki qadam oldinga va shu zahoti bir qadam orqaga tashlashi kerak. Necha xil usulda o'yinchi, bir nechta shunday harakatlar bilan dastlabki turgan joyidan 7 qadam siljigan bo'ladi.

Yuqorida olingan natijalarni umumta'lim maktablarida matematikani chuqur o'rganadigan o'quvchilarga ta'lim berish jarayonida qo'llash maqsadga muvofiq.

References:

1. Sh.M.Mirziyoyev. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz.- Toshkent: "O'zbekiston", 2017. - 488 b.
2. А Солиев, М.Исроилов "Сонлар назарияси асослари" - Т., "Ўқитувчи", 2005
3. И.М.Виноградов "Основы теория чисел" -М., Наука, 1982 г.
4. Ashurova D.N., Jumayeva N.F., Toshtemirova K.E., Ashurova G.Sh. [The role and importance of innovative software and didactic complexes in increasing the effectiveness of training](#), ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. Vol. 11, Issue 4, April 2021. P. 1263-1270