



ФОРМИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ Ибрагимов У.М.

Бухарский инженерно-технологический институт, доцент
Аҳадов А.М.

Бухарский инженерно-технологический институт, стажер-
преподаватель

<https://www.doi.org/10.5281/zenodo.10032410>

ARTICLE INFO

Received: 14th Oktober 2023

Accepted: 22th Oktober 2023

Online: 23th Oktober 2023

KEY WORDS

Задача, ограничения, целевая функция, ресурсы, изделия, прибыль, оптимизация, формализация.

ABSTRACT

В этой статье рассказывается о формировании типа производственной задачи и их табличный и математический вид который входит класс задач линейного программирования, а также их примеры.

В нашей жизни часто возникают задачи, в которых нужно не просто найти "любое решение" (которое, как раз, достаточно легко найти), а "наилучшее" из возможных решений.

Такие задачи, где нужно найти наилучшее решение из возможных, называются задачами оптимизации. В таких задачах, как правило, выделяют два аспекта:

1. Ограничения - это то, что ограничивает наши решения. Например, в нашей задаче мы не могли постирать все белье сразу, оно не влезло бы в стиральную машину. Поэтому максимальный объем белья в стиральной машине в нашем случае является ограничением. Как правило ограничения записываются в виде равенств или неравенств. В нашем случае это неравенство "количество белья, которое мы можем постирать за раз должно быть меньше или равно 6 килограммам".
2. Целевая функция - это некоторое числовое значение, которое показывает, насколько хорошо мы решили задачу. В нашем случае это количество стирок. Чем оно меньше, тем лучше. То есть, говоря по математически, число стирок, то есть целевую функцию, нужно "минимизировать". Иногда наоборот, целевую функцию необходимо максимизировать, сделать как можно больше - например, если целевая функция это прибыль предприятия от продажи товаров. Предприятие всегда стремится заработать как можно больше.

Одним из распространённых задач является производственная задача[4].

Производственная задача состоит в следующем: Существует некоторое предприятие, которое может выпускать некоторые изделия. На то, чтобы их выпустить необходимы различные ресурсы. Задано, сколько и каких ресурсов необходимо для каждого изделия, задано сколько ресурсов у нас имеется, и задано, сколько предприятие выручит за продажу произведенных изделий. Необходимо выбрать, какие



изделия и в каком количестве выпускать, чтобы прибыль предприятия была максимальной.

Приведем один из примеров производственной задачи:

Предприятие выпускает два вида изделий - I_1 и I_2 . Для их производства необходимо три вида ресурсов - RR_1 , RR_2 , RR_3 . Для производства изделия I_1 необходима 3 единица ресурса RR_1 , 4 единицы ресурса RR_2 и 5 единицы ресурса RR_3 . Для производства изделия I_2 необходимо 5 единицы ресурса RR_1 , 2 единицу ресурса RR_2 и 4 единицы ресурса RR_3 . У предприятия на складе есть 19 единиц ресурса RR_1 , 24 единиц ресурса RR_2 и 39 единиц ресурса RR_3 . Сколько и каких изделий нужно выпустить предприятию, чтобы его прибыль была максимальной, если от продажи изделия I_1 предприятие получает прибыль 7 сум, а от продажи изделия I_2 - 12 сумов[6].

Как мы говорили ранее, для таких задач найти какое-то решение найти очень просто. Так и в этом случае - это решение не производить ничего. То есть, произвести ноль изделий I_1 и ноль изделий I_2 . Прибыль, однако, также будет равна нулю. Все ограничения при этом выполнены - ресурсов на все хватит - ведь они даже не будут использованы.

Но если бы мы были директором данного предприятия - устроило бы нас такое решение? Очевидно, что нет. Предприятие должно получать прибыль, а у нас прибыль отсутствует. Поэтому наше решение необходимо улучшить - получить другое решение с большей прибылью. Самой большой прибылью, которая только возможна в нашем случае (при ограниченных ресурсах).

Можно попытаться улучшить данное решение вручную. Например чуть-чуть увеличить план - выпустить по одному изделию I_1 и I_2 . При этом ресурса типа RR_1 понадобится $3+5=8$

штуки, ресурса типа RR_2 - $4+3=7$

штуки, и ресурса типа RR_3 - $5+4=9$

штук. Каждого из ресурсов нам хватит, так как их понадобилось меньше, чем есть у нас на складе. И тогда мы получим прибыль $1 \cdot 7 + 1 \cdot 12 = 17$ сумов.

Это решение, очевидно, лучше предыдущего, так как значение прибыли (целевая функция) уже больше нуля - 17 сумов. Однако можно видеть, что на складах останется еще много ресурсов, а из них можно было бы сделать еще больше изделий, и заработать еще больше.

Можно перебирать вручную и дальше, но во-первых, количество перебираемых вариантов огромно, а во-вторых, мы так никогда и не узнаем - лучший наш вариант или нет. Вот, например, мы получили прибыль в 45 рублей - это хорошо? Или можно и 75 получить? Непонятно[3].

Табличная запись задачи

Прежде чем переходить к методам решения таких задач, покажем другой способ их записи - именно так они обычно записываются в заданиях, так как для этого требуется меньше текста. Задача записывается в виде таблицы:

Таблица-1. Запись данных задачи в табличном виде.

Ресурс	Изделие I_1	Изделие I_2	Сколько ресурса	на
--------	---------------	---------------	--------------------	----



			складах
RR ₁	3	5	19
RR ₂	4	3	24
RR ₃	5	4	39
Прибыль	7	12	

Эта задача абсолютно совпадает с той, которая приведена в начале данного раздела. Например, на пересечении строки RR₃ и столбца "Изделие I₂" записано "4" - именно столько единиц ресурса RR₃ требуется на производство одной единицы изделия I₂. В последней строке пишется прибыль от продажи каждого изделия, а в последнем столбце - количество каждого ресурса на складах[5].

Формализация задачи

А теперь попробуем записать систему ограничений нашей задачи и целевую функцию в виде неравенств. Обозначим за x_A, x_B количество производимых изделий I₁ и I₂, соответственно[1].

Сколько всего потребуется ресурса RR₁? Для изделия I₁ необходима 3 единица данного ресурса, а для изделия I₂ - 5 единицы. Всего, следовательно, необходимо $3 \cdot x_A + 5 \cdot x_B$ единиц. Так как у нас 19 единиц данного ресурса на складе, необходимо, чтобы это значение было не больше чем 19: $3 \cdot x_A + 5 \cdot x_B \leq 19$.

Сколько всего потребуется ресурса RR₂? Для изделия I₁ необходимы 4 единицы данного ресурса, а для изделия I₂ - 3 единица. Всего, следовательно, необходимо $4 \cdot x_A + 3 \cdot x_B$ единиц. Так как у нас 24 единиц данного ресурса на складе, необходимо, чтобы это значение было не больше чем 24: $4 \cdot x_A + 3 \cdot x_B \leq 24$.

Сколько всего потребуется ресурса RR₃? Для изделия I₁ необходимы 5 единицы данного ресурса, а для изделия I₂ - 4 единицы. Всего, следовательно, необходимо $5 \cdot x_A + 4 \cdot x_B$ единиц. Так как у нас 39 единиц данного ресурса на складе, необходимо, чтобы это значение было не больше чем 39: $5 \cdot x_A + 4 \cdot x_B \leq 39$.

Мы не можем производить отрицательное количество изделий. Следовательно, $x_A, x_B \geq 0$

В итоге мы получаем 7 единиц прибыли за каждое изделие I₁ и 12 единиц за каждое изделие I₂. Всего мы получаем прибыли $7 \cdot x_A + 12 \cdot x_B$. Естественно, мы хотим максимизировать данную величину. Можно записать, что $F(x_A, x_B) = 7 \cdot x_A + 12 \cdot x_B \rightarrow \max$

Итак, у нас получилась система ограничений и целевая функция следующего вида[2]:

$$\begin{cases} 3x_A + 5x_B \leq 19 \\ 4x_A + 3x_B \leq 24 \\ 5x_A + 4x_B \leq 39 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_A, x_B \geq 0 \quad (2)$$

$$F(x_A, x_B) = 7x_A + 12x_B \rightarrow \max \quad (3)$$

Способы решения



Самым простым способом решить производственную задачу является графический способ (есть и другие, о которых поговорим в следующих главах). Данный способ, однако, имеет ограничение - им можно решить производственную задачу только для двух производимых изделий. Однако для нас это неважно, так как в нашем случае изделий как раз два - изделие I_1 и изделие I_2 .

References:

1. Ибрагимов У.М., Нурова Х. Муҳандислик олий таълим муассалари ихтисослик фанларини ўқитишда Modelica дастуридан фойдаланиш аҳамияти. Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук, 3(5), 104–106. извлечено от <https://in-academy.uz/index.php/EJMTCS/article/view/15561>
2. Р.А.Гуляев. У.М.Ибрагимов. Х.Б.Исмойилов. Элементы автоматизации как помощники цифровизации агропромышленности. "Science and Education" Scientific Journal / Impact Factor 3.848 March 2023 / Volume 4 Issue 3. 282-287 стр.
3. Шоймардонов, Ж. З., Ибрагимов У. М. Применение классификаторов машинного обучения при определении качества сигнала в параметрических технологических процессах / Ж. З. Шоймардонов ; науч. рук. У. М. Ибрагимов // Молодость. Интеллект. Инициатива : материалы XI Международной научно-практической конференции студентов и магистрантов, Витебск, 21 апреля 2023 года : в 2 т. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2023. – Т. 1. – С. 80-81. – Библиогр.: с. 81 (4 назв.).
4. Афанасьев М. Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учебное пособие / М. Ю. Афанасьев, Б. П. Суворов. – М.:ИНФРА-М, 2003.
5. Грешилов А. А. Прикладные задачи математического программирования: Учеб. Пособие / А. А. Грешилов. – 2-е изд. – М.: Логос, 2006.
6. Жолобов Д. А. Введение в математическое программирование: Учебное пособие/Д. А. Жолобов. – М.: МИФИ, 2008.