



**KOMPLEKS SONLAR MAYDONI USTIDAGI KO'PHADLAR  
VA ULARNI KELITIRILMAYDIGAN KO'PAYTUVCHILARGA  
YOYISH**

**Usanov Mehriddin Mustafayevich**

Jizzax politexnika instituti v.b.dotsenti

mehridin.usanov.91@bk.ru

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7567240>

**ARTICLE INFO**

Received: 14<sup>th</sup> January 2023

Accepted: 23<sup>th</sup> January 2023

Online: 24<sup>th</sup> January 2023

**KEY WORDS**

*Maydon, ko'phadlar, algebra, yoyish, ko'phadning ildizlari.*

**ABSTRACT**

*Ushbu ishda turli maydonlar ustidagi ko'phadlar hamda ularni keltirilmaydigan ko'paytuvchilarga yoyish masalalari va ularga doir misollar yechib ko'rsatilgan.*

Darajasi  $n \geq 1$  bo'lgan va koeffitsiyentlari  $P$  maydonga tegishli bo'lgan  $f(x)$  ko'phad  $P$  maydonda keltirilmaydigan deyiladi, agar u darajasi  $n$  dan kichik bo'lgan va koeffitsiyentlari  $P$  maydonga tegishli bo'lgan ko'phadlarning ko'paytmasi shaklida tasvirlanmasa. Aks holda  $f(x)$  ko'phad  $P$  maydonda keltiriladigan yoki ko'paytuvchilarga ajraladigan ko'phad deyiladi. O'zgarmas ko'phadlar ta'rif bo'yicha keltiriladigan ko'phadlarga ham keltirilmaydigan ko'phadlarga kiritilmaydi. Birinchi darajali ko'phadlar ixtiyoriy maydonda keltirilmaydigan ko'phadlardan iborat. Ko'phadning keltirilmashligi uning koeffitsiyentlari tegishli bo'lgan maydonga bog'liq. Biror maydonda keltirilmaydigan ko'phad shu maydonning chekli algebraik kengaytmalarida keltiriladigan ko'phaddan iborat bo'lishi mumkin.

Koeffitsiyentlari  $P$  maydonga tegishli bo'lgan har qanday o'zgarmasdan farqli ko'phad shu maydonda keltirilmaydigan ko'phadlarning ko'paytmasiga yoyiladi. Agar o'zgarmas ko'paytuvchilarni va yoyilmadagi ko'paytuvchilarning joylashish tartibi e'tiborga olinmasa, bu yoyilma yagona bo'ladi.

$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \in P[x]$ ,  $n \geq 1$  bo'lsin.  $f(x)$  ko'phadning

$$f(x) = a_0 p_1^{k_1}(x) p_2^{k_2}(x) \dots p_s^{k_s}(x),$$

ko'rinishdagi yoyilmasi uning  $P$  maydon ustidagi kanonik yoyilmasi deyiladi, bu yerda  $p_1(x), p_2(x), \dots, p_s(x)$  – bosh koeffitsiyentlari 1 ga teng bo'lgan  $P$  maydonda keltirilmaydigan ko'phadlardan (*unitar ko'phadlar*) iborat.  $f(x)$  ko'phadning kanonik yoyilmasi ko'paytuvchilarni joylashish tartibi aniqligida bir qiymatlidir.

$p(x)$  –  $P$  maydonda keltirilmaydigan ko'phad,  $f(x) \in P[x]$  bo'lsin. Agar  $p^k(x)$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) ko'phad  $f(x)$  ning bo'luvchisidan iborat bo'lib,  $f(x)$  ko'phad  $p^{k+1}(x)$  ga bo'linmasa, u holda  $p(x)$  ko'phad  $f(x)$  ko'phadning  $k$  – karrali keltirilmaydigan ko'paytuvchisi deyiladi.



Agar  $\text{char } P = 0$  bo'lsa, u holda  $f(x)$  ko'phadning  $k$ -karrali keltirilmaydigan ko'pavytuvchisi uning hosilasi  $f'(x)$  ko'phadning  $(k-1)$ -karrali ko'paytuvchisidan iborat bo'ladi. Xususiyl holda,  $k=1$  bo'lsa  $f'(x)$  ko'phad  $P(x)$  ga bo'linmaydi.

$f(x) = a_0 p_1^{k_1}(x) p_2^{k_2}(x) \cdots p_s^{k_s}(x)$  - yoyilma  $f(x)$  ko'phadning  $P$ ,  $\text{char } P = 0$ . maydondagi kanonik yoyilmasidan iborat bo'lsin.

U holda  $(f(x), f'(x)) = p_1^{k_1-1}(x) p_2^{k_2-1}(x) \cdots p_s^{k_s-1}(x)$  va

$$f_1(x) = \frac{f(x)}{(f(x), f'(x))} = a_0 p_1(x) p_2(x) \cdots p_s(x)$$

ko'phadlar ham  $f(x)$  yoyilmasidagi keltirilmaydigan ko'phadlarga ega bo'lishadi, lekin  $k$  ( $k \geq 2$ ) - karrali keltirilmaydigan ko'paytuvchilarga ega bo'lishmaydi

Darajasi  $n \geq 1$  bo'lgan va koeffitsiyentlari kompleks sonlardan iborat bo'lgan  $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n$  ko'phad  $S$  maydonda kamida bitta ildizga ega bo'ladi (algebraning asosiy teoremasi, Gauss teoremasi).

Agar  $P[x]$  dan olingan darajasi  $n \geq 1$  bo'lgan har bir  $f(x)$  ko'phad  $P$  maydonda ildizga ega bo'lsa, u holda bu maydon algebraik yopiq maydon deyiladi.

Shunday qilib, algebraning asosiy teoremasi kompleks sonlar maydoni  $S$  ning algebraik yopiqligini anglatadi. Algebraik yopiq maydonda faqat birinchi darajali ko'phadlar keltirilmaydigan ko'phadlardan iborat bo'ladi.

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n \quad (n \geq 1)$$

ko'phadning algebraik yopiq maydon  $P$  ( $S$  maydon ustida ham) kanonik yoyilmasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$f(x) = a_0 (x - \alpha_1)^{k_1} (x - \alpha_2)^{k_2} \cdots (x - \alpha_s)^{k_s},$$

bu yerda  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  -  $f(x)$  ko'phadning har xil ildizlari,  $k_1 + k_2 + \cdots + k_s = n$ .

Haqiqiy sonlar maydoni  $R$  ning ustida faqat birinchi darajali ko'phadlar va diskriminanti manfiy bo'lgan ikkinchi darajali ko'phadlar keltirilmaydigan ko'phadlardan iborat.

Haqiqiy sonlar maydoni  $R$  ning ustida  $n$ -darajali  $f(x)$  ko'phadning kanonik yoyilmasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$f(x) = a_0 (x - \alpha_1)^{k_1} \cdots (x - \alpha_s)^{k_s} (x^2 + p_1 x + q_1)^{l_1} \cdots (x^2 + p_t x + q_t)^{l_t},$$

bu yerda  $\alpha_1, \dots, \alpha_s$  - har xil haqiqiy sonlar;  $x^2 + p_1 x + q_1, \dots, x^2 + p_t x + q_t$  -  $R$  maydon ustidagi diskriminanti manfiy bo'lgan ikkinchi darajali har xil ko'phadlardan iborat.

$f(x) \in Q[x]$  ko'phad  $Q$  maydon ustida keltirilmaydigan ko'phad bo'lishi uchun, uning koeffitsiyentlari maxrajlarining eng kichik umumiy karralisiga ko'paytirish natijasida hosil bo'lgan butun koeffitsiyentli ko'phad keltirilmaydigan ko'phaddan iborat bo'lishi kerak. Butun koeffitsiyentli ko'phad rasional sonlar maydoni ustida keltirilmaydigan bo'lishi uchun u butun koeffitsiyentli o'zgarmas bo'lmagan ikkita ko'phadning ko'paytmasi shaklida tasvirlanmasligi



kerak.  $Q$  maydon ustida butun ko'ffisiyentli ko'phadning keltirilmasligini quyidagi Eyzenshteyn alomati bilan ham o'rnatish mumkin.

$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$  butun ko'ffisiyentli ko'phad bo'lsin. Agar  $a_0$  bo'linmaydigan shunday  $p$  tub son mavjud bo'lib,  $f(x)$  ko'phadning barcha boshqa ko'ffisiyentlari  $p$  ga bo'linsa,  $a_n$  esa  $p$  ga bo'linib,  $p^2$  ga bo'linmasa, u holda  $f(x)$  ko'phad rasional sonlar maydoni  $Q$  da keltirilmaydigan ko'phaddan iborat bo'ladi.

Misol 1.  $f(x) = x^4 + x^3 + x + 2$  ko'phadni  $Z_3$  maydon ustida keltirilmaydigan ko'phadlar ko'paytmasiga ajrating.

*Yechish.*  $f(x)$  ni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^4 + x^3 + x - 1 = (x^4 - 1) + x(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) + x(x^2 + 1) = \\ &= (x^2 + 1)(x^2 + x - 1) = (x^2 + 1)(x^2 + x + 2). \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Misol 2.  $f(x) = x^6 - 27$  ko'phadni  $C, R$  va  $Q$  maydonlar ustida keltirilmaydigan ko'phadlar ko'paytmasiga yoying.

*Yechish.*  $f(x)$  ning  $C$  maydon ustida kanonik yoyilmasini quyidagicha topamiz:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^6 - 27 = (x^2)^3 - 3^3 = (x^2 - 3)(x^4 + 3x^2 + 9) = (x^2 - 3)((x^2 + 3)^2 - (\sqrt{3}x)^2) = \\ &= (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + \sqrt{3}x + 3)(x^2 - \sqrt{3}x + 3) = \\ &= (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) \left( x - \frac{-\sqrt{3} + 3i}{2} \right) \left( x - \frac{-\sqrt{3} - 3i}{2} \right) \left( x - \frac{\sqrt{3} + 3i}{2} \right) \left( x - \frac{\sqrt{3} - 3i}{2} \right) \end{aligned}$$

$f(x)$  ning  $R$  maydon ustidagi kanonik yoyilmasi quyidagicha bo'ladi:

$$f(x) = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x^2 + \sqrt{3}x + 3)(x^2 - \sqrt{3}x + 3).$$

$f(x)$  ning  $Q$  maydon ustidagi kanonik yoyilmasi esa quyidagicha bo'ladi :

$$f(x) = (x^2 - 3)(x^4 + 3x^2 + 9). \quad \blacksquare$$

Misol 3. Haqiqiy ko'ffisiyentlarga ega bo'lgan 1 soni ikki karrali ildizi, 2, 3 va  $1+i$  lar esa tub ildizi bo'lgan eng kichik darajali ko'phad tuzing.

*Yechish.* Agar haqiqiy ko'ffisiyentli ko'phad kompleks ildizga ega bo'lsa, u holda bu kompleks sonning qo'shmasi ham shu ko'phadning ildizi bo'ladi. Shuning uchun  $1-i$  soni ham ko'phadning ildizi bo'ladi. U holda izlanayotgan ko'phad quyidagi ko'paytmadan iborat bo'ladi:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)^2(x - 2)(x - 3)(x - 1 - i)(x - 1 + i) = \\ &= (x - 1)^2(x - 2)(x - 3)(x^2 - 2x + 2) = \\ &= x^6 - 9x^5 + 33x^4 - 65x^3 + 74x^2 - 46x + 12. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Agar  $f(x)$  va  $g(x)$  ko'phadlar chiziqli ko'paytuvchilarga ajratilgan bo'lib, ularning ko'rinishi quyidagicha bo'lsa,



$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)^{k_1} \cdots (x - \alpha_p)^{k_p} (x - \beta_1)^{u_1} \cdots (x - \beta_t)^{u_t},$$

$$g(x) = b_0(x - \alpha_1)^{l_1} \cdots (x - \alpha_p)^{l_p} (x - \gamma_1)^{v_1} \cdots (x - \gamma_s)^{v_s}$$

( $\alpha_i, \beta_q, \gamma_r$  sonlar o'zaro har xil), u holda bu ko'phadlarning eng katta umumiy bo'luvchisi

$$(f(x), g(x)) = (x - \alpha_1)^{m_1} \cdots (x - \alpha_p)^{m_p}$$

Formula bilan topiladi, bu yerda har bir  $j$  ( $j = \overline{1, p}$ ) uchun  $m_j = \min(k_j, l_j)$  sonlarning eng kichigidan iborat.

Misol 4.  $f(x)$  va  $g(x)$  ko'phadlarning EKUBini toping.

$$f(x) = (x - 1)^3(x + 2)^2(x - 5), \quad g(x) = (x - 1)(x + 2)^4(x + 7)(x + 1)^2.$$

*Yechish.*  $(f(x), g(x)) = (x - 1)(x + 2)^2$ . ■

Misol 5.  $\mathbf{R}[x]$  xalqada  $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ko'phadning  $x^2 + x + 1$  ko'phadga qoldiqsiz bo'linishini ko'rsating

*Yechish.* Agar  $\alpha$  son  $x^2 + x + 1$  ko'phadning ildizi bo'lsa,  $\alpha^3 = 1$  bo'ladi. Demak,  $\alpha^{3m} + \alpha^{3n+1} + \alpha^{3p+2} = 1 + \alpha + \alpha^2 = 0$ . ■

M i s o l 6. Qanday shartlarda  $x^{3m} - x^{3n+1} + x^{3p+2}$  ko'phad  $x^2 - x + 1$  ko'phadga qoldiqsiz bo'linadi?

*Yechish.* Agar  $\alpha$  soni  $x^2 - x + 1$  ko'phadning ildizi bo'lsa,  $\alpha^3 = -1$  bo'ladi. Demak,  $\alpha^{3m} - \alpha^{3n+1} + \alpha^{3p+2} = (-1)^m - (-1)^n \alpha + (-1)^p \alpha^2 = (-1)^m - (-1)^p + \alpha[(-1)^p - (-1)^n]$ .

Oxirgi ifoda  $(-1)^m = (-1)^p = (-1)^n$  holdagina nolga teng bo'ladi, ya'ni  $m, n, p$  bir vaqtda juft yoki bir vaqtda toq sonlardan iborat bo'lishi kerak. ■

Endi quyidagi masalani qaraymiz: rasional koeffitsiyentli  $f(x)$  ko'phadning rasional ildizlari topilsin. Ma'lumki, agar  $f(x)$  ko'phadning koeffitsiyentlari rasional sonlardan iborat bo'lsa, u holda shunday butun  $\lambda$  soni mavjudki,  $\lambda f(x)$  ko'phadning koeffitsiyentlari butun sonlardan iborat bo'ladi.  $f(x)$  va  $\lambda f(x)$  ko'phadlar bir xil ildizlarga ega bo'ladi. Shuning uchun faqat koeffitsiyentlari butun sonlardan iborat bo'lgan  $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$  ko'phadni qarash yetarli.

Agar qisqarmaydigan  $\frac{k}{l}$  kasr  $f(x)$  ko'phadning ildizi bo'lsa, u holda  $a_0k^n + a_1k^{n-1}l + \cdots + a_{n-1}kl^{n-1} + a_nl^n = 0$ .

Bu yerdan ko'phadning rasional ildizlari to'g'risidagi birinchi teorema kelib chiqadi: agar

qisqarmaydigan  $\frac{k}{l}$  kasr koeffitsiyentlari butun sonlardan iborat bo'lgan  $f(x)$  ko'phadning



ildizidan iborat bo'lsa, u holda  $k$ -ko'phad ozod hadining bo'luvchisidan,  $l$ - ko'phad bosh koeffitsiyentining bo'luvchisidan iborat bo'ladi.

Shunday qilib,  $f(x)$  ko'phadning rasional ildizlarini topish masalasi  $a_n$  ning barcha bo'luvchilari  $k$ -larda va  $a_0$  ning barcha bo'luvchilari  $l$  ning qiymatlarida  $f\left(\frac{k}{l}\right)$  ning chekli qiymatlari to'plamini tekshirishga keltiriladi.

Misol 7.

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

ko'phadning barcha rasional ildizlari topilsin.

*Yechish.*  $k$  ning mumkin bo'lgan qiymatlari  $1, -1, l$  ning mumkin bo'lgan qiymatlari  $1, 2$  lardan iborat (ishorani suratga yozamiz). Bu yerdan  $\frac{k}{l} : 1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$  qiymatlardan iborat ekanligini hosil qilamiz. Bu qiymatlarda ko'phadning qiymatlarini tekshiramiz:

$$f(1) = 1, \quad f(-1) = -9, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 0, \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{2},$$

demak,  $\frac{1}{2}$   $f(x)$  ko'phadning ildizidan iborat ekan.

Shunday qilib,  $\frac{1}{2}$  son  $f(x)$  ko'phadning tub ildizidan iborat ekan. ■

Ildizlarni hisoblash jarayonini ko'phadning rasional ildizlari haqidagi ikkinchi teoremdan

foydalanib, ancha soddalashtirish mumkin: Agar qisqarmaydigan  $\frac{k}{l}$  kasr koeffitsiyentlari butun

sonlardan iborat bo'lgan  $f(x)$  ko'phadning ildizidan iborat bo'lsa, u holda  $\frac{k}{l}$  ga teng bo'lmagan har qanday butun  $m$  da  $f(m)$  soni  $k - ml$  ga qoldiqsiz bo'linadi.

Misol 8.  $f(x) = 12x^4 + 32x^3 + 23x^2 + 15x + 18$  ko'phadning rasional ildizlari topilsin.

*Yechish.* Agar  $\frac{k}{l}$  - kasr  $f(x)$  ko'phadning ildizidan iborat bo'lsa, u holda  $k$  va  $l$  sonlar quyidagi qiymatlarni qabul qilishi mumkin:

$$k : \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18; \quad l : 1, 2, 3, 4, 6, 12.$$

Yuqoridagi teorema ko'ra  $f(1) = 100$  ( $k - l$ ) ga  $f(-1) = 6$  esa ( $k + l$ ) ga qoldiqsiz

bo'linadi. Bu shartni faqat quyidagi sonlar  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, 2, -\frac{2}{3}, -3, -\frac{3}{2}$  qanoatlantiradi.  $f(x)$  ko'phadning ildizlarini shu sonlar ichidan izlash kerak.



Gorner sxemasidan foydalanib,  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, 2, -\frac{2}{3}, -3, -\frac{3}{2}$  sonlardan qaysi biri  $f(x)$  ko'phadning ildizlarini ekanligini tekshiramiz (ushbu holda ildiz faqat manfiy son bo'lishi mumkinligini hisobga olamiz):

|                |    |     |                |                  |                  |
|----------------|----|-----|----------------|------------------|------------------|
|                | 12 | 32  | 23             | 15               | 18               |
| $-\frac{1}{3}$ | 12 | 28  | $\frac{41}{3}$ | $\frac{94}{9}$   | $\frac{392}{27}$ |
| $-\frac{1}{4}$ | 12 | 29  | $\frac{63}{4}$ | $\frac{177}{16}$ | $\frac{211}{6}$  |
| $-\frac{2}{3}$ | 12 | 24  | 7              | $\frac{31}{3}$   | $\frac{100}{9}$  |
| -3             | 12 | -4  | 35             | -90              | 288              |
| $-\frac{3}{2}$ | 12 | 14  | 2              | 12               | 0                |
| $-\frac{3}{2}$ | 12 | -4  | 8              | 0                |                  |
| $-\frac{3}{2}$ | 12 | -22 | 41             |                  |                  |

Demak,  $-\frac{3}{2} - f(x)$  ko'phadning ikki karrali ildizi ekan va bu ko'phad boshqa rasional ildizlarga ega emas. ■

Misol 9. Eyzenshteyn alomatidan foydalanib quyidagi ko'phadlarning  $Q$  rasional sonlar maydoni ustida keltirilmaydigan ko'phadlar ekanligini ko'rsating:

a)  $f(x) = 3x^7 - 4x^6 + 2x^5 - 6x^3 - 8x - 2;$

b)  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$

*Yechish.* a) Eyzenshteyn alomatiga asosan  $p=2$  bo'lganda  $f(x)$  ning  $Q$  maydonda keltirilmasligini hosil qilamiz.

b) Berilgan ko'phadga Eyzenshteyn alomatini bevosita qo'llab bo'lmaydi, shuning uchun quyidagi almashtirishni olamiz  $x = y + 1$ , natijada

$$h(y) = y^4 + 5y^3 + 10y^2 + 10y + 5,$$

ko'phadni hosil qilamiz. Endi Eyzenshteyn alomatiga asosan  $p=5$  da  $f(x)$  ko'phadning  $Q$  maydonda keltirilmasligini hosil qilamiz. ■

$Q$  maydon ustida ko'phadlarning keltirilmasligi yoki ko'paytuvchilarga ajratilishinig yana bir usulini keltiramiz. Ukajem yeyue odin sposob ustanovleniya privodimosti ili neprivodimosti ko'phadning nad polem peremennomu  $x$  o'zgaruvchiga t  $m$  ta butun  $x_1, \dots, x_m$  qiymatlar

beriladi, bu yerda,  $m = \frac{n}{2} + 1$  deb,  $n$  toq bo'lganda esa  $m = \frac{n+1}{2}$  deb olinadi. So'ngra



$c_1, c_2, \dots, c_m$ , bu yerda  $c_i (i = \overline{1, m})$  yest  $f(x_i)$  ning bo'luvchisi, sonlarning mumkin bo'lgan to'plamlari tuziladi (hammasi bo'lib  $S = 2^m s_1, \dots, s_m$  ta to'plam hosil bo'ladi, bu yerda  $s_i - f(x_i)$  ning barcha musbat bo'luvchilari soni). Ana shunday tuzilgan har bir to'plam uchun darajasi  $m-1$  ga teng yoki kichik bo'lgan  $h_j(x) (j = \overline{1; S})$  ko'phad tuziladi. Bu ko'phad quyidagi xossaga ega bo'ladi:  $h_j(x_i) = c_i$ , bu yerda  $i = \overline{1, m}$ ,  $c_i$  sonlar esa  $j$ -to'plamdan olingan. Shundan so'ng darajasi musbat va koeffitsiyentlari buitun sonlardan iborat bo'lgan  $h_j(x)$  ko'phadlar uchun bevosita  $f(x)$  ni  $h_j(x)$  ga bo'linishi tekshirib ko'riladi. Agar  $f(x)$  ko'phad hosil qilingan  $h_j(x)$  ko'phadlardan birortasiga ham bo'linmasa, u holda  $f(x) \in Q$  maydon ustida keltirilmaydigan ko'phaddan iborat bo'ladi. Aks holda esa  $f(x)$  ko'phadning darajasi uning darajasidan kichik bo'lgan rasional koeffitsiyentli ko'phadlarga yoyilmasini hosil qilamiz.

Yuqoridagi usulni  $f(x)$  ko'phadga qo'lanilishida quyidagi soddalashtirishlarga erishish mumkin:

Agar sonlarning ikkita  $c_1, c_2, \dots, c_m$  va  $c'_1, c'_2, \dots, c'_m$  to'plamlari bir-biridan faqat ishoralarga farq qilsa, u holda  $h_j(x)$  ko'phad faqat bitta to'plam uchun tuziladi.

O'zgaruvchining yana bir qancha butun qiymatlari  $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{m+l}$  ham olish mumkin, agar ularning birortasi uchun  $f(x_{m+k})$  qiymat  $h_j(x_{m+k})$  ga bo'linmasa, u holda  $f(x)$  ni  $h_j(x)$  bo'linishini tekshirish shart emas.

M i s o l 10. Yuqorida keltirilgan usul bilan quyidagi ko'phadlarni  $Q$  maydon ustida keltirmasligini ko'rsating yoki ularning keltirilmaydigan ko'phadlarga yoyilmasini toping:

a)  $f(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + x - 1$ ;

b)  $f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 - 3x + 9$ .

Yechish. a) Bu yerda  $f(0) = -1$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(-1) = 4$ ,  $f(2) = 1$ . Ular orasidan bo'luvchilari soni kam bo'lgan  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$  qiymatlarni tanlab olamiz va quyidagi to'plamlarni tuzamiz:

|           |    |    |    |   |    |    |    |
|-----------|----|----|----|---|----|----|----|
| $c_1 = 1$ | 1  | 1  | -1 | 1 | 1  | 1  | -1 |
| $c_2 = 1$ | 1  | -1 | 1  | 2 | 2  | -2 | 2  |
| $c_3 = 1$ | -1 | 1  | 1  | 1 | -1 | 1  | 1  |

(keltirilgan to'plamlardan faqat ishorasi bilan farq qiladiganlarini olmaymiz).

Bu to'plamlar uchun Nyutonning interpolyasion formulasiga asosan  $h_j(x) (j = \overline{1, 8})$  ko'phadlarni tuzamiz:

$$h_1(x) = 1, \quad h_2(x) = -x^2 + x + 1, \quad h_3(x) = 2x^2 - 4x + 1,$$



$$h_4(x) = -x^2 + 3x - 1, \quad h_5(x) = -x^2 + 2x + 1, \quad h_6(x) = -2x^2 + 3x + 1,$$

$$h_7(x) = 3x^2 - 6x + 1, \quad h_8(x) = -2x^2 + 5x - 1,$$

Bu yerda  $h_j(x) - x = 0$ , 1, 2 larda qiymat qabul qiladigan va yuqoridagi jadvalning  $j$ -nchi ustunida joylashgan ko'phad.

$$h_3(-1) = 7, \quad h_4(-1) = -5, \quad h_7(-1) = 10 \quad \text{va} \quad h_8(-1) = -8 \quad \text{sonlar} \quad f(-1) = 4 \quad \text{ning}$$

bo'luvchilari emas, shuning uchun  $h_3(x)$ ,  $h_4(x)$ ,  $h_7(x)$  va  $h_8(x)$  ko'phadlarni qaramaymiz. Yana qo'shimcha ravishda  $f(-2) = -19$  qiymatni olamiz. Bu qiymat  $h_2(-2) = -5$ ,  $h_5(-2) = -7$  va  $h_6(-2) = -13$  sonlarga bo'linmaydi. Shunday qilib,  $f(x)$  ko'phad  $Q$  maydonda keltirilmaydi.

b)  $f(-2) = -1, \quad f(1) = 2, \quad f(2) = 3.$

Bu qiymatlarning bo'luvchilari to'plamini tuzamiz:

|           |    |    |    |   |    |    |    |   |    |    |    |    |   |    |    |    |
|-----------|----|----|----|---|----|----|----|---|----|----|----|----|---|----|----|----|
| $c_1 = 1$ | -1 | 1  | 1  | 1 | -1 | 1  | 1  | 1 | -1 | 1  | 1  | 1  | 1 | -1 | 1  | 1  |
| $c_2 = 1$ | 1  | -1 | 1  | 2 | 2  | -2 | 2  | 1 | 1  | -1 | -1 | 1  | 2 | 2  | -2 | 2  |
| $c_3 = 1$ | 1  | 1  | -1 | 1 | 1  | 1  | -1 | 3 | 3  | 3  | 3  | -3 | 3 | 3  | 3  | -3 |

(faqat ishorasi bilan farq qiladigan to'plamlarni qaramaymiz).

Bu to'plamlarga mos keladigan ko'phadlarni Nyutonning interpoliyasion formulasi bilan tuzamiz:

$$h_1(x) = 1; \quad h_2(x), \quad h_3(x), \quad h_4(x), \quad h_5(x), \quad h_6(x) - \text{kasr koefitsiyentli ko'phadlar;}$$

$$h_7(x) = x^2 - 3 - \text{esa } f(x) \text{ ning bo'luvchisi, ya'ni } f(x) = (x^2 - 3)(x^2 + x - 3), \text{ bu yerda } x^2 - 3$$

va  $x^2 + x - 3$  ko'phadlar  $Q$  maydonda keltirilmaydigan ko'phadlardan iborat (chunki ular  $Q$  da ildizga ega emas).

### References:

1. Xojiyev J., Faynleb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «Uzbekiston», 2001.
2. Narzullayev U.X., Soleyev A.S. Algebra i teoriya chisel. I-II chast, Samarkand, 2002.
3. Usanov M. POLINOMIAL XALQALAR IDEALLARINING GRYOBNER BAZISLARINI TOPISH HAQIDA //Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences. – 2022. – T. 2. – №. 11. – C. 74-78.
4. Усанов М. М. СОВРЕМЕННАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СРЕДА КАК ОСНОВА МОДЕРНИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ //Global Science and Innovations: Central Asia (см. в книгах). – 2021. – Т. 4. – №. 1. – С. 61-65.
5. Мустафаевич У. М. ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТОВ //Web of Scientist: Международный научный исследовательский журнал. – 2022. – Т. 3. – С. 199-203.



6. Usanov M. M. Using of Cloud Technologies in the Process of Preparing Future Specialists for Professional Activity //International Journal of Trend in Scientific Research and Development (IJTSRD). – 2020. – T. 4. – №. 5.
7. Mustafayevich U. M. Educational Aspects of using Cloud-Based Network Services in Training Future Engineers //Spanish Journal of Innovation and Integrity. – 2022. – T. 2. – C. 13-19.