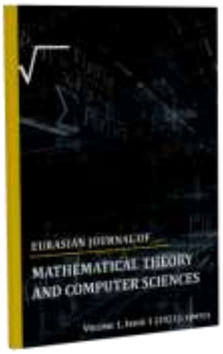
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



EMPIRIK FORMULALARDAN FOYDALANIB SONLI MA'LUMOTLARNI ANALITIK KO'RINISHGA KELTIRISH

[1]N.B.Shamsiddinov
F.-m.f.n., TDTU akademik litseyi o'qituvchisi,
[2]S.S.Saidaxmedov
Magistrant, NavDPI II bosqich magistr.
https://doi.org/10.5281/zenodo.7523679

ARTICLE INFO

Received: 01st January 2023
Accepted: 10th January 2023
Online: 11th January 2023

KEY WORDS

Funksiya, argument, chekli ayirma, koeffitsient, ozod had, ketma-ketlik, ko'phad, matematik induksiya, orttirma.

ABSTRACT

Ma'lumotlarni matematik ishlash usullaridan xabardor bo'lish o'quvchiga kelajakda ham zarur bo'ladi: ishlab chiqarish va laboratoriyalarda ko'pincha eksperimental ishlar bajariladi, ularni matematik ishlash va umumiylashtirish talab etiladi. Maqola jadval ko'rinishida berilgan malumotlarni analitik ko'rinishda ifodalashning chekli ayirmalar usulini o'rganishga bag'ishlangan.

Kirish. Innovatsion ta'lim muhitida o'quvchilarni fikrlash va mulohaza yuritishga o'rgatish, o'rganilayotgan mavzu yoki masala bo'yicha tanqidiy, kreativ, ijodiy fikrlash qobiliyatiga ega bo'lgan, kuchli raqobat muhiti mavjud bo'lgan sharoitda raqobatga bardoshli kadrlar tayyorlash muhimdir. Shu sababli bugungi kunda ta'lim muassasalarida o'quvchilarni masalani har tomonlama tahliliy o'rganishga odatlantirish talab qilinmoqda.

Yaxshi mutaxassis kuzatish yoki tajriba mobaynida to'plangan natijalarni tahlil qilishi, qaralayotgan jarayonning matematik modelini (asosan, empirik formulalarni) tuzishi va topilgan natijaning aniqligini baholashi lozim. Shu maqsadda matematika o'qituvchisi boshqa o'quv predmetlari bo'yicha o'tkaziladigan tajriba natijalaridan foydalanib, matematik modul tuzishni o'quvchilarga o'rgatishi maqsadga muvofiq. Auditoriya sharoitida tajriba-kuzatishlar matematika bo'yicha laboratoriya-hisoblash ishlari yoki masala va mashqlar shaklida bo'lishi mumkin. Lekin umumiy ta'lim maktabi o'quv dasturlarida o'rganiladigan funksiyalarning analitik ifodalari (tenglamalari) bo'yicha ularning qiymatlari jadvallarini tuzish va grafiklarini yasash ko'rsatil. Teskari masala, ya'ni jadval yoki grafik bo'yicha ularning tenglamasini tuzish qaralmaydi. Holbuki xuddi shu teskari masala funksional bog'lanish tushunchasini rivojlantirish va mustahkamlashda, matematika kursini, fizika, kimyo, elektro-radiotexnika, biologiya, geografiya, iqtisodiyot, maktabda o'rganilayotgan mutaxassislik kurslari bilan aloqasini mustahkamlashda, o'quvchilarda o'rganilayotgan fanga qiziqishlarini o'stirishda, ularda tadqiqot ishiga odatlanish elementlarini paydo qilishda alohida ahamiyatga egadir.

Ma'lumotlarni matematik ishlash usullaridan xabardor bo'lish o'quvchiga kelajakda ham zarur bo'ladi: ishlab chiqarish va laboratoriyalarda ko'pincha eksperimental ishlar bajariladi, ularni matematik ishlash va umumiylashtirish talab etiladi. Shu paytgacha bu turdagi masalalar VII-XI sinflarda, asosan, tugarak ishlarida qaralar edi. Hozirgi maktab oldida o'quvchilarni turli oliy o'quv yurtlariga va aniq ishlab chiqarish jarayoniga tayyorlash vazifasi turadi. O‘quvchilarni matematik usullarga o‘rgatish o‘z navbatida boshqa predmetlar bo‘yicha eksperimental ishlarni balandroq saviyada uyushtirishga imkon beradi.

Matematik ishlashda nimalarni aniqlash ko‘zda tutiladi?

MUHOKAMA. Birinchidan, har qanday sonli eksperimentda biror kattalikning haqiqiy yoki taqribiy qiymatini va taqribiy qiymatning aniq qiymatdan ε chetlanishini (xatoni) topish talab etiladi. Agar kattalik bir emas bir necha marta takror o‘lchangan bo‘lsa, o‘lchash natijalarining $\bar{y} = \sum_{1}^{n} \frac{y_i}{n}$ arifmetik o‘rtasi hisoblanadi. Bu holda har qaysi y_i natijaning arifmetik o‘rtadan ε_i chetlanishi uning xatosi sifatida qabul qilinadi, ya’ni $y_1 - \bar{y} = \varepsilon_1$, $y_2 - \bar{y} = \varepsilon_2, \ldots, y_n - \bar{y} = \varepsilon_n$. Bu ε_i larning bir qismi manfiy, boshqa qismi musbat, yig‘indisi 0 ga teng, ya’ni $\sum_{1}^{n} \varepsilon_i = 0$. Bu tenglik *eng kichik chetlanishlar* prinsipini ifodalaydi. $\bar{y}$ arifmetik o‘rtaning xatosini (haqiqiy qiymatdan chetlanishini) $\varepsilon(\bar{y}) = \frac{\sum_{1}^{n} [\varepsilon_i]}{\sqrt{n(n-1)}}$ qiymat atrofida qanchalik zich (quyuq) joylashganligini baholash uchun $\delta = +\sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2}{n(n+1)}}$ kvadratik o‘rta chetlanish (standart) hisoblanadi. δ qancha kichik bo‘lsa, y_i qiymatlar $\bar{y}$ ga shunchalik zich, ya’ni o‘lchashlar shunchalik aniq bajarilgan bo‘ladi. $\delta = 0$ da $\bar{y}$ arifmetik o‘rta kattalikning haqiqiy qiymatini ifodalaydi. y larning arifmetik o‘rtadan chetlanishlar kvadratlarining $\sum \alpha_1^2$ yig‘indisidan kichik, ya’ni $\sum \varepsilon_1^2 < \sum \alpha_1^2$. Bu tengsizlik *eng kichik kvadratlar* prinsipini ifodalaydi.

Ikkinchidan, tajriba jarayonida qaralayotgan kattaliklar orasidagi mavjud bog‘lanishni yo jadval, yo grafik, yo formula (tenglama) ko‘rinishda aniqlash talab etiladi.

Empirik formulalar tajriba natijalarini umumlashtirishga imkon beradi, qonuniyatlarni chuqurroq o‘rganish yo‘lida bir bosqich vazifasini o‘tashlari mumkin. $\varepsilon\mu\pi\iota\rho\tau\alpha$ - qadimgi yunon so‘zi bo‘lib, tajriba ma’nosini bildiradi. Empirik formula tuzilgach, uning aniqligi tekshiriladi. Masalan, formula bo‘yicha topilgan $\varphi(x_i)$ qiymatlar jadvalidagi mos $f(x_i)$ qiymatlar bilan solishtirilishi mumkin. Agar formula xatosi katta bo‘lsa, ular bo‘yicha hisoblashlar kichikroq h qadam bilan takrorlanishi, bir necha formula tuzilgan bo‘lsa, ular ichidan anig‘i tanlanishi lozim.

Eng kichik *chetlanishlar* usuli. $a \le x \le b$ intervalda analitik ifodasi izlanayotgan $f(x)$ funksiyani approksimatsiyalovchi (lotincha *approximare* - yaqinlashish) shunday $\varphi(x)$ funksiyani tanlash talab qilinadiki, uning $f(x)$ dan $|\varepsilon| = |f - \varphi|$ farqi (chetlanishi) $\varphi(x)$ ning boshqacha tanlanishlariga nisbatan eng kichik bo‘lsin. $\varphi(x)$ funksiyaning noma’lum n ta $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$ parametrlari

$$\begin{cases} \varphi(x_1^2, a_0, a_1, ..., a_{n-1}) - f_1 = 0, \\ \varphi(x_2, a_0, a_1, ..., a_{n-1}) - f_2 = 0, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{cases}$$

sistemadan aniqlanadi, bunda $(x_i; f_i)$ - jadval qiymatlari, $i = \overline{1;n}$. Eng kichik chetlanishlar usulining qulayligi shuki, u qo'llanilganda hisoblashlar soni kamayadi. Lekin $\varphi(x)$ ni tanlash oldingi usullardagidek qiyinligicha qoladi.

$a_0, a_1, ...$ parametrlarni topishning eng aniq usuli *eng kichik kvadratlar* usulidir. Masalan, tuzilayotgan $y = \varphi(x; A; B)$ funksiyada x - erkli o'zgaruvchi, A va B lar - noma'lum parametrlar bo'lsin. Masala jadvaldagi y_i qiymatlar va $(x_i; A; B)$ bo'yicha topilgan qiymatlar orasidagi chetlanishlar kvadratlarining $\sum_{i=1}^{n}(y_1 - \varphi(x_i; A; B))^2$ yig'indisini eng kichik qilishdan iborat bo'ladi. Eng sodda hol, ya'ni $\varphi(x) = Ax + B$ to'g'ri chiziq bo'lgan holni qaraylik:

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i - (Ax_i + B)]^2 = \min.$$

Bu ifodadan A va B lar bo'yicha hosila olsak:

$$\begin{cases} -2\sum_{i=1}^{n}[y_i - (Ax_i + B)]x_i = 0, \\ -2\sum_{i=1}^{n}[y_i - (Ax_i + B)] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot y_i - Ax_i^2 - Bx_i) = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}(y_i - Ax_i - B) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - A\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - B\sum_{i=1}^{n} x_i = 0, \\ \sum_{i=1}^{n} y_i - A\sum_{i=1}^{n} x_i - n \cdot B = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

bunda, $\sum_{i=1}^{n} B = n \cdot B,$ n - nuqtalar soni.

NATIJALAR.

1-misol. Sharoiti bir xil bo'lgan $n = 100$ ta tajriba - er uchastkasiga x_j (t) dan o'g'it berilib (jadvalga qarang), y_j (m) dan hosil bo'lgan ($i, j = \overline{1;5}$, o'rta kataklarda uchastkalar soni, n_{ji}). $y = f(x)$ empirik formulani tuzamiz.

$y_n \backslash x_i$	1	2	3	4	5
14	10	8	-	-	-
15	-	12	7	-	-
16	-	-	28	6	-
17	-	-	-	8	9
18	-	-	-	-	12
$\sum n_{ji}$	10	20	35	14	21

Yechish. I-satrda $n_0 = 10$ ta uchastkaga $x_i = 1$ t dan, $n_2 = 8$ tasiga $x_i = 2$ t dan o‘g‘it berilib, har biridan $y_1 = 14$ s dan hosil olingan va hokazo. Oldin biz x ning har qaysi qiymatiga o‘rtacha qanchadan $\overline{y_i} = \dfrac{\sum y_j \cdot x_i}{n_{ji}}$ s hosil olinganini bilaylik:

$\overline{y}(1) = (14 \cdot 10)/10 = 14$, $y(2) = (14 \cdot 8 + 15 \cdot 12)/20 = 14{,}6$, $\overline{y}(3) = (15 \cdot 7 + 16 \cdot 28)/35 = 15{,}8$,

$\overline{y}(4) = (16 \cdot 6 + 17 \cdot 8)/14 = 16{,}571$. $\overline{y}(5) = (17 \cdot 9 + 18 \cdot 12)/21 = 17{,}571$.

Ushbu jadval hosil bo‘ladi:

$x(\tau)$	1	2	3	4	5
$y(\varsigma)$	14	14,6	15,8	16,571	17,571

Formulani $y = ax + b$ ko‘rinishda izlaymiz. Noma’lum a va b parametrlarni topish uchun ikki noma’lumli ikki tenglamadan iborat sistema tuzamiz. Buning uchun bizga jadvaldan ikki juftlikni olishimiz etarli. $(x_1; y_1)$ va $(x_5; y_5)$ larni olaylik (tanlangan nuqtalar usulidan foydalanmoqdamiz):

$$\begin{cases} ax_1 + b = y_1, \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot 1 + b = 14, \\ a \cdot 5 + b = 17{,}571 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0{,}8928, \\ b = 13{,}1075 \end{cases} \Rightarrow y \approx 0{,}893x + 13{,}107 \quad . \qquad (2)$$

(2) tenglamaning aniqligi haqida biror ma’lumotga ega bo‘lishimiz kerak. U bo‘yicha quyidagilarni topamiz (ε orqali y ning $\overline{y}$ dan chetlanishi ko‘rsatilgan):

x	1	2	3	4	5
y	14,0001	14,893	15,786	16,678	17,571
ε	0,0001	$-0{,}293$	0,014	$-0{,}107$	0,000

Formulaning o‘rtacha xatosi: $\overline{\varepsilon} = (0{,}0001 + 0{,}293 + 0{,}014 + 0{,}107 + 0{,}0000)/5 \approx 0{,}083 \approx 0{,}09$ (xato ko‘pi bilan yaxlitlanadi), o‘rtacha kvadratik chetlanishi (xatosi): $\sigma = \sqrt{(0{,}0001^2 + (-0{,}293)^2 + 0{,}014^2 + (-0{,}107) + 0)/5} \approx 0{,}1396 \approx 0{,}14$.

(2) formula birinchi va beshinchi nuqtalar ustidan o‘tgan to‘g‘ri chiziqning tenglamasidan iborat. qolgan nuqtalar shu to‘g‘ri chiziq atrofida joylashgan. Xato (chetlanish) ham shu sababga ko‘ra vujudga kelgan. Formulani tuzish uchun boshqa ikki juftlik olinsa, uning ko‘rinishi o‘zgaradi. Biz formulani $y = ax^2 + bx + c$ ko‘rinishda tuzaylik. Endi uchta juftlik zarur bo‘ladi. $(x_1; y_1)$, $(x_3; y_3)$, $(x_5; y_5)$ juftliklarni olaylik (bu holda ham ixtiyoriy tanlangan nuqtalar usuli). a, b, c noma’lum parametrlar uchun uch tenglamadan iborat sistemani tuzamiz va uni echamiz:

$$\begin{cases} a \cdot 1 + b \cdot 1 + c = 14, \\ a \cdot 3 + b \cdot 3 + c = 15{,}3, \\ a \cdot 5 + b \cdot 5 + c = 17{,}571 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 14, \\ 9a + 3b + c = 15{,}8, \\ 25a + 5b + c = 17{,}571 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0{,}004, \\ b = 0{,}916, \\ c = 13{,}03 \end{cases} \Rightarrow$$

$$y = -0{,}004x^2 + 0{,}916x + 13{,}08 \qquad (3)$$

(3) formula quyidagi natijalarni beradi:

x	1	2	3	4	5
y	13,999	14,681	15,790	16,630	17,567
ε	0,001	$-0,081$	0,004	$-0,06$	0,004

$\bar{\varepsilon} = 0,0261 \approx 0,03$, $\delta = 0,046$.

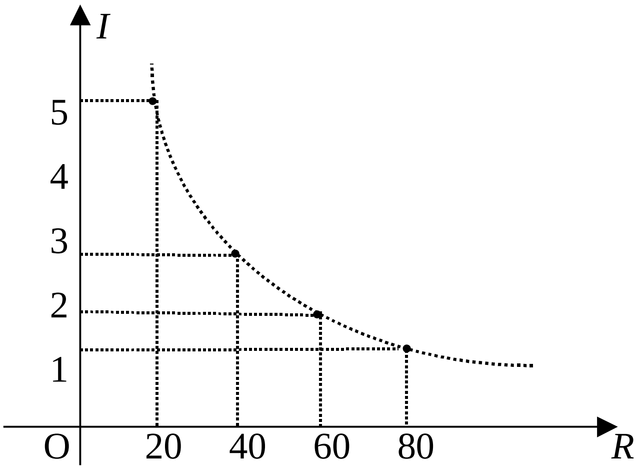
(3) formula (2) ga nisbatan aniqroq ekani ma'lum bo'ladi.

2-misol. Elektr zanjiriga ulangan R (Om) qarshilik qiymati to'rt marta almashtirilgan va har safar zanjirdan o'tayotgan tokning $I(A)$ kuchi o'lchangan. O'lchov natijalari jadvalda keltirilgan. $I = f(R)$ bog'lanishning tenglamasi tuzilsin.

R	I	ΔI	$\Delta^2 I$	$\Delta^3 I$
20	4,99	$-2,50$	1,69	$-1,29$
40	2,49	$-0,8$	0,40	
60	1,67	$-0,42$		
80	1,25			

Yechish. $y = \dfrac{a}{R} + b$, $\begin{cases} 4,99 = \dfrac{a}{20} + b, \\ 1,25 = \dfrac{a}{80} = b; \end{cases}$ $3,74 = \dfrac{4a - a}{80} = \dfrac{3a}{80}$, $a = \dfrac{3,74 \cdot 80}{3} \approx 1,25 \cdot 80 = 100$,

$b = 4,99 - \dfrac{100}{20} = -0,01$. Natijada: $y = \dfrac{100}{R} - 0,01$ (1-rasm).



1-rasm.

3-misol. Detalning l (sm) uzunligi ikki xil qurilma bilan besh martadan o'lchanganida quyidagi natijalar olingan:

1-qurilma bilan: $l = 12,9; 12,8; 12,9; 12,9; 12,8$.

2-qurilma bilan: $l = 12,6; 12,5; 13,0; 12,8; 13,4$.

Detalning l taqribiy (o'rtacha) uzunligi, o'lchov natijalarining o'rtacha va kvadratik o'rta xatolar hisoblansin. qaysi qurilma bilan o'lchashlar aniqroq bajarilgan (va necha marta aniqroq)?

Yechish: 1-qurilma bilan: $\bar{l} = (12{,}9 + 12{,}8 + 12{,}9 + 12{,}9 + 12{,}8)/5 = 64{,}3/5 = 12{,}96$ (sm), $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 12{,}86 - 12{,}9 = -0{,}04$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_5 = 12{,}86 - 12{,}8 = 0{,}06$; $\bar{\varepsilon} = (3\cdot(-0{,}04) + 2\cdot 0{,}06)/5 = 0$;

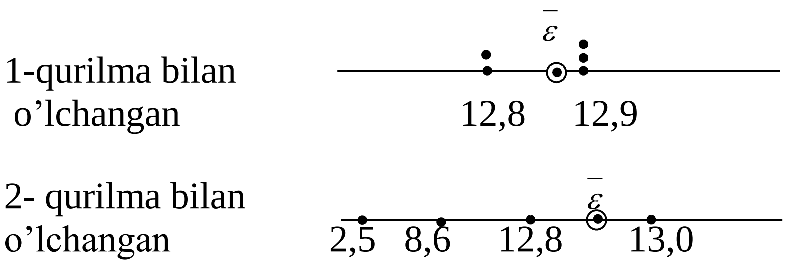
$\varepsilon_1 = \sqrt{3\cdot(-0{,}04)^2 + 2\cdot 0{,}06\cdot(5-1)} \approx 0{,}057$.

2-qurilma bilan: $\bar{l} = (12{,}6 + 12{,}5 + 13{,}0 + 12{,}8 + 13{,}4)/5 = 64{,}3/5 = 12{,}96$ (sm), $\varepsilon_1 = 12{,}6 - 12{,}86 - 0{,}86$; $\varepsilon_2 = 12{,}5 - 12{,}86 = 0{,}36$; $\varepsilon_3 = 13{,}0 - 12{,}86 = 0{,}14$; $\varepsilon_4 = 12{,}8 - 12{,}86 = -0{,}06$; $\varepsilon_5 = 13{,}4 - 12{,}86 = 0{,}54$;

$\bar{\varepsilon} = (-0{,}26 - 0{,}36 - 0{,}14 - 0{,}06 + 0{,}54)/5 = 0{,}124$; $\bar{\varepsilon} = (-0{,}26 + 0{,}36 + 0{,}14 - 0{,}66 + 0{,}54)/5 = 0{,}124$

; $s_2 = \sqrt{((-0{,}26)^2 + 0{,}36^2 - 0{,}14^2 + (-0{,}06)^2 + 0{,}54^2)/(5-1)} = \sqrt{0{,}1231} \approx 0{,}351$.

1-qurilma $s_1/s_2 = \dfrac{0{,}351}{0{,}057} \approx 6{,}2$ marta aniqroq natijalarni bergan. 1-qurilma bilan topilgan natijalar o‘rta qiymat atrofida zichroq joylashganligi ham uning nisbatan aniqroq ekanligini anglatadi (2-rasm).



2-rasm.

Ehtimollar nazariyasida (normal taqsimot qonuni) tasodifiy miqdor 1 ga yaqin ehtimol bilan $(a - 3\sigma; a + 3\sigma)$ intervaldan tashqariga chiqmasligi ta’kidlanadi. Xususan, tasodifiy xatolar $(-3\sigma; 3\sigma)$ intervalda to‘plangan bo‘ladilar. Bunda a va σ nazariy o‘rta qiymat va undan nazariy kvadratik o‘rta chetlanish: $\bar{x} - \Delta x < a < \bar{x} + \Delta x$, $s - \Delta s < \sigma < s + \Delta s$. Δx va Δs - o‘rta qiymatlardan chetlanishlar. 1 yaqin ishonch bilan $\Delta x < \dfrac{3s}{\sqrt{n}}$ deb qabul qilish mumkin, n - o‘lchashlar soni.

4-misol. Silindrik detalning d diametri texnik xatosi $0{,}01$ mm gacha bo‘lgan mikrometr bilan 10 marta o‘lchangan (jadvalga qarang). d ning taqribiy qiymati va 1 ga yaqin ehtimol (ishonch) bilan uning aniq qiymati bo‘lishi mumkin bo‘lgan interval topilsin.

Arifmetik o‘rtacha $\bar{d} = 24{,}138$ mm

i	d_i	$\Delta d = d_i - \bar{d}$	$(\Delta d)^2 \cdot 10^{-4}$	i	d_i	$\Delta d = d_i - \bar{d}$	$(\Delta d)^2 \cdot 10^{-4}$
1	14,16	0,022	4,84	6	14,15	0,012	1,44
2	24,12	$-0{,}018$	3,24	7	24,13	$-0{,}008$	0,64

3	24,15	0,012	1,44	8	24,16	0,022	4,84
4	24,14	0,002	0,04	9	24,12	$-0,018$	3,24
5	24,11	$-0,017$	2,86	10	24,14	$-0,002$	0,04
				$\sum$	$d_i = 24{,}133$	0,011	$0{,}31\cdot 15^4$

$s(\bar{d}) \approx 0{,}0056$. U holda chegaraviy absolyut xato: $\Delta < \frac{\sum s}{\sqrt{10}} = \frac{0{,}0168}{3{,}162} = 0{,}006$. 1 ehtimol bilan d ning aniq qiymati bor boʻlgan interval: $24 < 138 - 0{,}006 < d < 24{,}138 + 0{,}006$ yoki $24{,}13 < d < 24{,}15$ (sm).

XULOSA. Maqolada mazkur turdagi masalalarni o'rganishda oʻquvchilarga berilgan jadval ma'lumotlar asosida matematik modulini qurinish, ya'ni berilgan masalaning analitik funksiyani topish usullar tavsiya qilingan.

Ushbu masalalarni oʻrganish oʻquvchilarga matematik kompetensiyasini rivojlantirish, masalalarni yechishda mustaqil ravish fikrlash, mulohaza qilish imkoniyatini beradigan bilim, koʻnikma va malakalarga ega boʻlish imkonini beradi. Bundan tashqari, oʻrganilgan usullar oʻquvchilarning kelgusida hayotida uchragan masalalarni yechishda, tahlil qilishlari va oʻrganishlariga yordam beradi.

Hozirda akademik litsey matematika oʻqituvchilari oldida oʻquvchilarni turli oliy oʻquv yurtlariga va konkret ishlab chiqarishga tayyorlash vazifasi turadi. Shunga koʻra koʻp litseylarning oʻquv dasturlarida ma'lumotlarni matematik ishlash oʻz oʻrnini toʻpganini koʻramiz. Oʻquvchilarni matematik usullarga oʻrgatish oʻz navbatida boshqa fanlar boʻyicha eksperimental ishlarni yuqori saviyada uyushtirishga imkon beradi. Umuman bu kabi ishlar oʻquvchilarning ilmiy-amaliy tadqiqotlari sifatida qaralishi ham mumkin.

References:

1. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A., Nosirov U.M.,HusanovJ.H. (2008) "Algebra va matematikanaliz asoslari". I qism. Akademik litseylar uchun darslik. – T.
2. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A.,Nosirov U.M.,HusanovJ.H. (2008) "Algebra va matematikanaliz asoslari". II qism. Akademik litseylar uchun darslik. – T.
3. Shamsiddinov N., Yusupov O., Saidaxmedov S. (2022) Jadval kurinishda berilgan ma'lumotlarni analitik kurinishda ifodalash. Kasb xunar talim. yil 2-son. 49-bet.
4. Хусанов Д.Х., Шамсиддинов Н.Б. (2020) "Ёшларнинг мустақил ижодий фикрлаш фаолиятини ривожлантиришда геометрик масалаларнинг ўрни". "Ҳалқ таълими" илмий-методик журнал. 5-сон.
5. Хусанов Д.Х., Шамсиддинов Н.Б. (2022) "Геометрик масалани турли ечиш усуллари ёрдамида ўқувчиларнинг ижодий фикрлаш фаолиятини ривожлантириш". "Ҳалқ таълими" илмий-методик журнал. 3-сон.