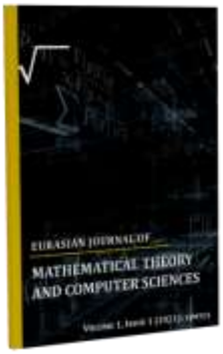
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



ТЎҒРИ БУРЧАКЛИ ТЕСКАРИ КООРДИНАТАЛАР СИСТЕМАСИ

Исламов Эркинжон Ревкатович
Фарғона давлат университети
Амалий математика ва информатика
кафедраси ўқитувчиси
e.islamov@yandex.ru
+998 91 679-96-77
https://doi.org/10.5281/zenodo.7337642

ARTICLE INFO

Received: 10th November 2022
Accepted: 15th November 2022
Online: 19th November 2022

KEY WORDS

Нуқта, текислик, фазо, координалар системаси, тўғри бурчакли тескари координаталар системаси.

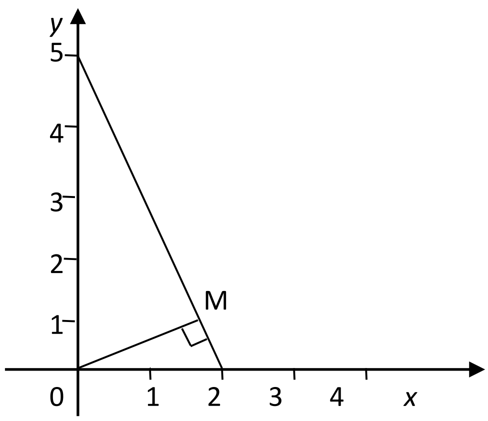
ABSTRACT

Мақолада нуқтанинг текисликдаги ва фазодаги ўрнини аниқлашнинг янги усули келтириб ўтилган.

Математиканинг баъзи бўлимларида ва жуда кўп амалий сохаларда нуқтанинг (объектнинг) текисликдаги ёки фазодаги ўрнини аниқлашга оид масалалар муҳим ҳисобланади. Кўп ҳолларда бунинг учун тўғри бурчакли декарт координаталар системасидан фойдаланилади.

Бугунги кунга келиб, компъютер технологияларининг ривожланиши натижасида, компъютер графикаси ва криптография (хусусан, тасвирларни шифрлаш) каби фанлар ҳам тез суратларда ўсиб бормоқда. Бу соҳаларнинг ривожланишида нуқтанинг текисликдаги ёки фазодаги ўрнини аниқлаш усуллари жуда катта ахамиятга эга. Биз бу мақолада янгича кўринишдаги координаталар системаси ҳақида фикр юритамиз. Янги координаталар системасини шартли равишда “тўғри бурчакли тескари координаталар системаси” деб атаймиз.

Бу системада нуқтанинг координаталари қуйидагича аниқланади: Декарт координаталар ситемасидаги каби, иккита ўзаро перпендикуляр координата ўқлари олдиндан мавжуд бўлади. Берилган нуқтадан ва координаталар бошидаги яъни ўқлар кесишган нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқ чизилади. Бу тўғри чизиққа берилган нуқтадан перпендикуляр тўғри чизиқ чизилади. Шу тўғри чизиқнинг координата ўқларини кесишидан хосил бўлган нуқталар берилган нуқтанинг координаталари деб қабул қилинади.



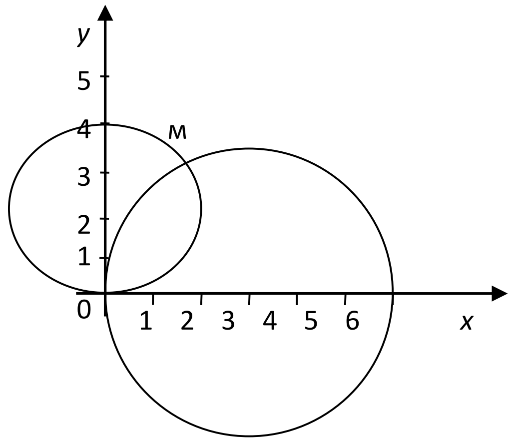
1- расм

1-расмдаги *M* нуқтанинг координаталари *(2,5)* экан.

Агар перпендикуляр тўғри чизиқ координата ўқларини бирортасига паралел бўлиб қолса, нуқтанинг шу ўқга мос координатаси ∞ бўлади.

Агар нуқтанинг координаталари берилган бўлса, унинг жойлашган ўрнини топиш учун қуйидагича йўл тутиш мумкин:

берилган координаталари ва координата бошини туташтирувчи кесмани диаметр деб олиб айланалар чизилади. Айланаларнинг кесишган нуқтаси берилган координаталарга мос нуқта бўлади. *М (6,4)* нуқтанинг текисликдаги ўрнини топиш 2-расмда кўрсатилган.

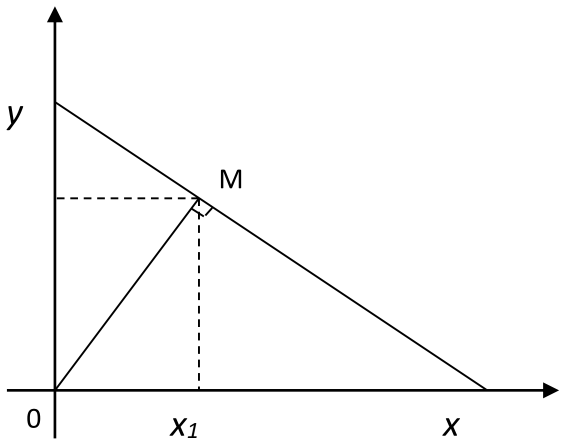


2- расм

Тескари координаталар системасида берилган *M (x,y)* нуқтанинг Декарт координаталар системасидаги координаталарини топиш формуласини келтириб чиқарамиз.

Иккала координаталар системасининг ўқларини параллел ва устма-уст тушади деб олайлик. Табиийки, координаталар боши ҳам устма-уст тушади. Аввал шаклни чизиб оламиз.

(3-расм)



3- расм

Шаклдан қуйидагини хосил қилиш мумкин:

$$\begin{cases}(x-x_1)x_1 = y_1^{\,2} \\ (y-y_1)y_1 = x_1^{\,2}\end{cases}$$

Бу системани ечамиз:

$$y_1 = \sqrt{(x-x_1)x_1},$$

$$\left(y-\sqrt{(x-x_1)x_1}\right)\sqrt{(x-x_1)x_1} = x_1^{\,2},$$

$$y\sqrt{(x-x_1)x_1} - xx_1 + x_1^{\,2} = x_1^{\,2},$$

$$y\sqrt{(x-x_1)x_1} = xx_1, \quad y^2xx_1 - yx_1^{\,2} = x^2x_1^{\,2}, \quad x_1(x^2+y^2) = y^2x,$$

$x_1 = \dfrac{xy^2}{x^2+y^2}$ худди шу каби y_1 ни ҳам аниқлаймиз ва $y_1 = \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$ ни хосил қиламиз. Демак, тўғри бурчакли тескари координаталар системасидан декарт координаталар системасига ўтиш учун

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} \\ y_1 = \dfrac{x^2y}{x^2+y^2} \end{cases}, \qquad (1)$$

формуладан фойдаланиш мумкин.

Декарт координаталар системасидан тескари координаталар системасига ўтишда қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$\begin{cases} x = x_1 + \dfrac{y_1^{\ 2}}{x_1} = \dfrac{x_1^{\ 2} + y_1^{\ 2}}{x_1} \\ y = y_1 + \dfrac{x_1^{\ 2}}{y_1} = \dfrac{x_1^{\ 2} + y_1^{\ 2}}{y_1} \end{cases}, \qquad (2)$$

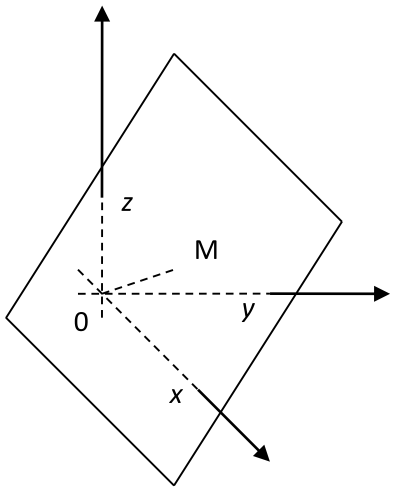
1-масала. Тўғри бурчакли тескари координаталар системасидаги M (10,50) нуқтанинг декарт координаталар системасидаги координаталарини топинг.

Ечиш. Декарт координаталар системасидаги координаталарини топиш учун (1) ўтиш формуласидан фойдаланамиз:

$$x_1 = \frac{10*50^2}{10^2+50^2} = \frac{25000}{2600} \approx 9{,}61,$$

$$y_1 = \frac{10^2*50}{10^2+50^2} = \frac{5000}{2600} \approx 1{,}92,$$

Жавоб: M (9,61; 1,92).



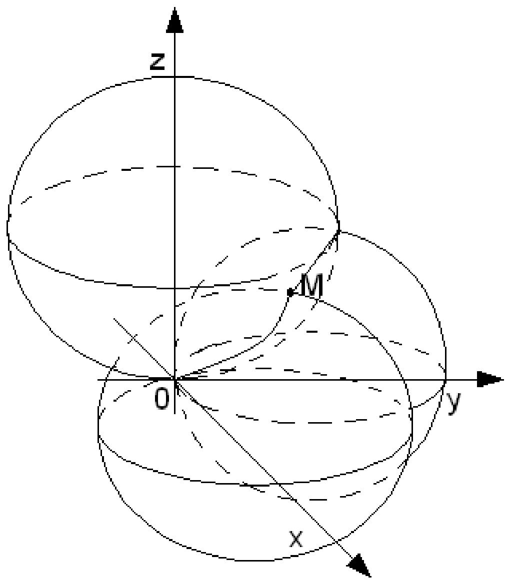
4-расм

Фазодаги нуқтанинг ўрнини ҳам тескари координаталар системаси ёрдамида аниқлаш мумкин. Равшанки, бунинг учун учта ўзаро перпендикуляр координата ўқларидан фойдаланилади. Нуқтанинг координаталарини аниқлаш учун учлари шу нуқтада ва координаталар бошида бўлган кесмага перпендикуляр текислик ўтказилади. Ўтказилган текисликнинг координата ўқларини кесиш нуқталари берилган нуқтанинг координаталари деб олинади.

4-расмда M нуқтанинг координаталарини аниқлаш йўли кўрсатилган. Расмдан кўринадики, M нуқтанинг координаталари мос равишда x,y,z экан.

Агар фазодаги нуқтанинг (x,y,z) координаталари берилган бўлса, унинг жойлашган ўрнини қуйидаги усуллардан бири ёрдамида аниқлашимиз мумкин:

1-усул. Қуйидаги учта (x,∞,∞), (∞,y,∞) ва (∞,∞,z) нуқталардан ўтувчи текислик (4-расм) ўтказилади. Ушбу текисликка координаталар бошидан перпендикуляр кесма туширилади, Кесманинг текисликка тушиш нуқтаси берилган координаталарга мос нуқта бўлади.



5-расм.

2-усул. Марказлари координаталар ўқларида ётувчи ва диаметрлари мос равишда x,y ва z қийматларга тенг бўлган, координаталар бошидан ўтувчи сфералар чизилади. (5-расм). Сфераларнинг кесишиш нуқтаси берилган координаталарга мос нуқта деб олинади.

Уч ўлчовли ва ундан юқори фазоларда тескари координаталар системасидан декарт координаталар системасига ва аксинча, декарт координаталар системасидан тескари координаталар системасига ўтиш формулаларини топишни ўқувчилар зиммасида қолдирамиз.

References:

1. https://uz.wikipedia.org/wiki/Koordinatalar
2. http://ilmiy.bmti.uz/blib/files/66/Matematika%20(2).pdf
3. Ё.У.Соатов "Олий математика" Тошкент Ўзбекистон 1996й.
4. Астряб А. М. Наглядная геометрия : (лаборат. метод изложения) : первая ступень : начальный курс геометрии. — 6-е изд. — М. ; Пг.
5. Бермант А. Ф., Люстерник Л. А. Тригонометрия : для средней школы. — 3-е изд., перераб. — М. : Учпедгиз, 1950. — 184 с.
6. Болтянский В. Г., Глейзер Г. Д. Геометрия, 10—11. — 2002
7. Дмитриев А. Д. Начальные основания прямолинейной тригонометрии. — 2-е изд. — СПб. : в тип. Мор. кадет. корпуса, 1866. — [2], IV, II, 112, 8, VIII с., [2] л. черт.
8. Дубнов Я. С. Введение в аналитическую геометрию : пособие для самообразования. — 2-е изд. — М. : Физматгиз, 1959. — 140 с.
9. Карасев П. А., Попов П. И. Сам измеряй и вычисляй : рабочая тетрадь по геометрии. — Ч. 1 : Линейные измерения. — М. ; Л. : Госиздат, 1926. — 60 с. — (Учебные пособия для школ I ступени).
10. Карасев П. А., Попов П. И. Сам измеряй и вычисляй : рабочая тетрадь по геометрии. — Ч. 2 : Измерение площадей. — М. ; Л. : Госиздат, 1926. — 47 с. — (Учебные пособия для школ I ступени).
11. Карасев П. А., Попов П. И. Сам измеряй и вычисляй. Ч. 3. — 1930