



**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОБ ИЗГИБЕ ГИБКИХ ВЯЗКОУПРУГИХ ПЛАСТИН**

**<sup>1</sup>Халимов Камолиддин Комилжонович**

<sup>1</sup>Самаркандский государственный университет, кафедра Математического моделирования, студент магистратуры,

**<sup>2</sup>Амридинов С.**

<sup>2</sup>Самаркандский государственный университет, кафедра Математического моделирования, научный руководитель, Доцент.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7302716>

**ARTICLE INFO**

Received: 26<sup>th</sup> October 2022  
Accepted: 04<sup>th</sup> November 2022  
Online: 07<sup>th</sup> November 2022

**KEY WORDS**

Пластинка, граничные условия, нелинейность, сходимость, гибкость.

**ABSTRACT**

*В статье рассматривается изгиб гибкой прямоугольной пластинки из вязкоупругого материала. При решении дифференциального уравнения получается система нелинейных уравнений. Это система решается усовершенствованным методом Вегстейна.*

Рассмотрим задачу об изгибе прямоугольной в плане вязкоупругих или пластин со сторонами  $\alpha$  и  $\beta$ , толщиной  $h$  в геометрической нелинейной постановке. Если в качестве искомым функции принять функцию усилий  $\bar{\phi}$  и функции прогиба  $\bar{w}$ , то система нелинейных уравнений, описывающая рассматриваемую задачу в упругой постановке имеет вид:

$$\Delta^4 \bar{\phi} = -E(\bar{W}_{\bar{x}\bar{x}} - \bar{W}_{\bar{y}\bar{y}} - \bar{W}_{\bar{x}\bar{y}}^2)$$

$$\frac{D}{h} \Delta^4 \bar{W} = \bar{W}_{\bar{x}\bar{x}} \bar{\phi}_{\bar{y}\bar{y}} + \bar{W}_{\bar{y}\bar{y}} \bar{\phi}_{\bar{x}\bar{x}} - 2\bar{W}_{\bar{x}\bar{y}} \bar{\phi}_{\bar{x}\bar{y}} + \frac{q}{h} \quad (1)$$

Согласно принципу Вольтерра заменяя  $E$  и  $D$  соответствующими интегральными операторами

$$\bar{D} = D(1 - R^*), \bar{E} = E(1 - R^*), \bar{D} = D(1 - R^*), R^* w(x, t) = \int_0^t R(t, \tau) \cdot w(y, \tau) d\tau$$

и введя безразмерные параметры:  $\bar{x} = \alpha x, \bar{y} = \beta y, \bar{w} = hw,$

$$\bar{\phi} = Eh^2 \phi, \lambda = \frac{b}{a}, \nu = 1/12(1 - \mu^2), q = fE(\frac{h}{b})^4$$

получим

$$\lambda^4 \phi_{xxxx} + 2\lambda^2 \phi_{xxyy} + \phi_{yyyy} = -\lambda^2(1 - R^*)(w_{xx}w_{yy}w^2_{xy})$$

$$\nu(1 - R^*)[\lambda^4 w_{xxx} + 2\lambda^2 w_{xxyy} + w_{yyyy}] = \lambda^2[w_{xx}\phi_{yy} + w_{yy}\phi_{xx} - 2w_{xy}\phi_{xy}] + f(x, y, t) \quad (2)$$

Решая систему (2) методом Бубнова-Галеркина в сочетании с методом, основанным на использовании степенного ряда. В итоге получим рекуррентных алгебраических уравнений



$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N (A_j^{(i)} b_0^{(j)} + B_j^{(i)} a_0^{(j)}) + \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_0^{(j)} = 0 \\ \sum_{j=1}^N (D_j^{(i)} a_0^{(j)} + E_j^{(i)} b_0^{(j)}) + \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_0^{(j)} = g_0^{(i)} \end{cases} \quad (3)$$

введем обозначения

$$f_1^{(i)}(a_0^{(1)}, a_0^{(2)}, \dots, a_0^{(N)}; b_0^{(1)}, b_0^{(2)}, \dots, b_0^{(N)}) = \sum_{j=1}^N (A_j^{(i)} b_0^{(j)} + B_j^{(i)} a_0^{(j)}) + \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_0^{(j)}$$

$$f_2^{(i)}(a_0^{(1)}, a_0^{(2)}, \dots, a_0^{(N)}; b_0^{(1)}, b_0^{(2)}, \dots, b_0^{(N)}) = \sum_{j=1}^N (D_j^{(i)} a_0^{(j)} + E_j^{(i)} b_0^{(j)}) + \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_0^{(j)} - g_0^{(i)}$$

получим

$$\begin{cases} f_1^{(i)}(a_0^{(1)}, a_0^{(2)}, \dots, a_0^{(N)}; b_0^{(1)}, b_0^{(2)}, \dots, b_0^{(N)}) = 0 \\ f_2^{(i)}(a_0^{(1)}, a_0^{(2)}, \dots, a_0^{(N)}; b_0^{(1)}, b_0^{(2)}, \dots, b_0^{(N)}) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Согласно методу квазилинеаризации [3]

$$\begin{aligned} \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_0^{(j)} &= 2 \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_n^{(j)} - \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_0^{(j)} \\ \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_0^{(j)} &= 2 \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_n^{(j)} - \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_0^{(j)} \end{aligned} \quad (5)$$

имеем линейную систему

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (A_j^{(i)} b_n^{(j)} + B_j^{(i)} a_n^{(j)}) + 2 \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_n^{(j)} &= \sum_{e,j=1}^N C_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} a_0^{(j)} \\ \sum_{j=1}^N (D_j^{(i)} a_0^{(j)} - E_j^{(i)} b_n^{(j)}) + 2 \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_n^{(j)} &= \sum_{e,j=1}^N F_{e,j}^{(i)} a_0^{(e)} b_0^{(j)} \end{aligned} \quad (6)$$

За начальное приближение системы (5) принимается решение линейной части системы (4). Линейная система (6) решается методом исключения Гаусса.

Если  $|a_0^{(i,n)} - a_0^{(i,n+1)}| \leq \varepsilon$ ,  $|b_0^{(i,n)} - b_0^{(i,n+1)}| \leq \varepsilon$

$i=1,2,\dots,N$ ;  $n$ -число операций,  $\varepsilon$ -заранее заданная величина точности, то за решение системы (4) принимается  $a_0^{(i,n+1)}$ ,  $b_0^{(i,n+1)}$  и принимается метод Вейгштейна.

### References:

1. Бадалов Ф., Амридинов С. К решению задачи об изгибе гибких прямоугольных пластин. Тезисы докладов конференции «Применение ЭВМ в механике деформируемых тел» Ташкент 1975 г.
2. Исроилов М. «Ҳисоблаш методлари» 1-қисм Тошкент «Ўқитувчи» 1988 й.



3. Беллман Р., Калаба. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи М., "Мир", 1968 г.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы. Москва – 1970 г.