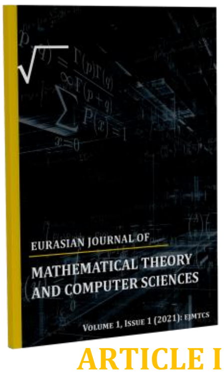
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



ИНТЕГРАЛ ИНВАРИАНТ ЁРДАМИДА ГАМИЛЬТОН ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ИНТЕГРАЛЛАШ

Жовлиев Азиз Исманқул ўғли, Абдуллаев Хушбоқ Алмардонович
Денов тадбиркорлик ва педагогика институти Математика ва физика кафедраси ўқитувчиси
https://doi.org/10.5281/zenodo.7192394

ARTICLE INFO

Received: 01st October 2022
Accepted: 05th October 2022
Online: 13th October 2022

KEY WORDS

mathematical, competence approach, teaching-methodical support, basic competence.

ABSTRACT

In this article, the role of mathematics in human life and different approaches to its teaching, the goals and tasks of mathematics education, the priority directions for the development of mathematics education, the development of educational and methodological support of mathematics are discussed.

Каноник алмаштиришлар Гамильтон системаларига тегишли бўлиб, бу алмаштиришлардан асосий мақсад, берилган ихтиёрий Гамильтон системасини бошқа структура жиҳатидан соддароқ Гамильтон функцисига эга бўлган система билан алмаштиришдир. Умумий ҳолда вақтга боғлиқ бўлган қуйидаги

$$q_i^* = q_i^*(t, q_k, p_k), \quad p_i^* = p_i^*(t, q_k, p_k) \quad (i, k = 1,2, \dots, n)$$

$$\frac{\partial(q_1^*, p_1^*, \dots, q_n^*, p_n^*)}{\partial(q_1, p_1, \dots, q_n, p_n)} \neq 0. \tag{1}$$

алмаштиришлар каноник дейилади, агар бу алмаштиришлар ихтиёрий Гамильтон

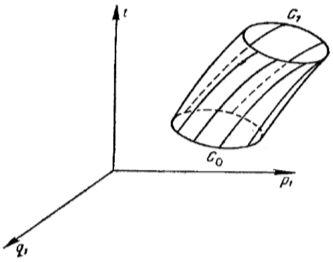
$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (i = 1,2, \dots, n) \tag{2}$$

системасини яна Гамильтон системасига (умумий ҳолда бошқа H^* Гамильтон функцияси билан) ўтказса. [2]

Яъни қуйидаги кўринишни эгалласа:

$$\frac{dq_i^*}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i^*}, \quad \frac{dp_i^*}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i^*} \quad (i = 1,2, \dots, n) \tag{3}$$

Каноник алмаштириш шартларини келтириб чиқариш учун кенгайтирилган $2n + 1$ ўлчовли (q_i, p_i, t) ва (q_i^*, p_i^*, t) координат сситемаларида каноник алмаштиришлар натижасида, бири иккинчисига ўтувчи Гамильтон системаларининг ҳақиқий ҳаракатлар найлари бўйлаб, ихтиёрий ёпиқ C_0, C_1 чизиқлар бўйича олинган



$$I = \oint_c \sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t$$

$$I^* = \oint_{c^*} \sum_{i=1}^{n} p_i^* \, \delta q_i^* - H^* \delta t \qquad (*)$$

интегралларни кўриб чиқамиз.

Биринчи интеграл Гамильтон функцияси $H\ (q_i, p_i, t)$ бўлган Гамильтон системаси учун инвариант бўлса, иккинчи интеграл каноник алмаштиришлардан ҳосил бўлган $H^*(q_i^*, p_i^*, t)$ Гамильтон системаси учун инвариант бўлади. Агар иккинчи интеграл остидаги (q_i^*, p_i^*) ўзгарувчиларни (1) тенгламага асосан (q_i, p_i) лар билан алмаштирсак C_0 ёпиқ контур C_1 ёпиқ контурга ўтади ва иккинчи интеграл бошланғич Гамильтон системаси учун янги инвариантга айланади. 1947 йилда хитойлик олим Ли Хуа-чжун универсал интеграл инвариантнинг ягоналигини исботлади. У ҳар қандай бошқа универсал интеграл инвариант санаб ўтилган интегралларнинг бирортасидан (доимий) ўзгармас кўпайтувчи билан фарқ қилишини кўрсатди.

Ли Хуа- чжун теоремаси. Агар

$$I^* = \oint \sum_{i=1}^{n} [A_i(t, q_k, p_k)\delta q_i + B_i(t, q_k, p_k)\delta p_i]$$

универсал интеграл инвариант бўлса, у ҳолда

$$I^* = cI_1$$

бўлади. c – ўзгармас сон, I_1 –эса Пуанкаре интеграли. $I_1 = \oint \sum_{i-1}^{n} p_i \delta q_i$. [2]

Бу интегрални биринчи булиб Пуанкаре киритган. Кейинроқ, бу интегрални Картан $H\delta t$ қўшилувчи киритиб, вақт ўзгарувчан бўлган ҳолатлардан таркиб топган контурларга ҳам қўллади. Пуанкаре интеграл инварианти, агар C_0 контур бир хил вақтли ҳолатлардан иборат C_1 контурга ўтишида тўғри йўллар найчаси бўйлаб кўчса, у ўз қийматини ўзгартирмайди.

Пуанкаре интегралининг ифодасида Гамильтон функцияси H қатнашмайди, демак I_1 Пуанкаре интеграли ҳар қандай Гамильтон системаси учун *инвариантдир*. Шунинг учун бу интеграл *универсал интеграл инвариант* деб аталади.

I Пуанкаре-Картан ва I_1 Пуанкаре интеграллари биринчи тартибли интеграл инвариантлар ҳам деб аталади.

Лекин Ли Хуа-чжун теоремасига кўра (*) икки интеграл орасида қуйидаги

$$\oint_{c_1} \left(\sum_{i=1}^{n} p_i^* \, \delta q_i^* - H^* \delta t\right) = c \oint_{c_0} \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t\right) \qquad (4)$$

боғланиш ўринли бўлади (вақт каноник алмаштиришларда ўзгармасдан қолади) ёки

$$\oint_{c_1} \left(\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^* \, \delta q_i^* - H^* \delta t\right) - c\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t\right)\right) = 0 \qquad (5)$$

тенглама бажарилади.

Ҳақиқий ҳаракатлар трубкасида олинган ихтиёрий ёпиқ соҳа бўйича интеграл нолга тенг бўлиши учун интеграл остидаги ифода (q_i, p_i, t) ўзгарувчиларга боғлиқ бўлган қандайдир $F(q_i, p_i, t)$ функциянинг тўлиқ дифференциали бўлиши керак.

У ҳолда

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^* \delta q_i^* - H^* \delta t = c\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H \delta t\right) - \delta F \qquad (6)$$

ва тенгликдаги ўзгармас $c \neq 0$ чунки, тенгликнинг чап томонидаги ифода тўлиқ дифференциал эмас, шунинг учун δF га тенг бўлмайди. [3]

$F(q_i, p_i, t)$ функцияни келтириб чиқарувчи функция, c ўзгармасни каноник алмаштиришлар валентлиги деб аталади. $c = 1$ бўлган ҳолда, алмаштиришлар *унивалент каноник ўзгартиришлар* дейилади. Юқоридаги аналитик амалларни ҳисобга олиб, қуйидаги теоремани келтиришимиз мумкин:

Гамильтон системасидаги (1) алмаштиришлар каноник бўлиши учун, (6) тенгламани қаноатлантирувчи келтириб чиқарувчи F функция ва $c \neq 0$ ўзгармаснинг мавжуд бўлиши зарур ва етарли.

References:

1. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013.C 34-39, C 368-374, C 430-434.
2. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. — С. 262. — ISBN 5-9221-0067-X. С. 103-117, С. 140-152, С. 153-160.
3. Antonio Fasano, Stefano Marmi. Analytical Mechanics. Oxford University Press. 2006. C. 312-314, C. 340-352.