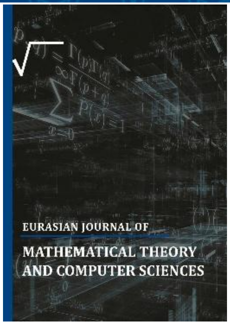
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs



BASIC CONCEPTS OF DYNAMIC SYSTEMS (APPLICATION OF THE FIXED POINT THEOREM TO PERIODIC POINTS AND ITS ANALYSIS IN EXAMPLES)

Solayeva Mehribon Norimonovna
University of World Economy and Diplomacy,
Senior lecturer of the Department of "System Analysis and Mathematical Modeling." m.solayeva@uwed.uz.
Istamov Islam Hayotovich
Muhammadov Akmaljon Azamjon o'g'li
University of World Economy and Diplomacy, 2nd year students of the Faculty of International Relations
https://doi.org/10.5281/zenodo.20338362

ARTICLE INFO

Received: 16th May 2026
Accepted: 21st May 2026
Online: 22nd May 2026

KEYWORDS

Fixed points, periodic points, attracting points, repelling points, weakly attracting points.

ABSTRACT

This article discusses fixed points and their characteristics (i.e., whether a fixed point is attracting or repelling), which constitute one of the essential concepts in dynamic systems. Furthermore, this paper is mainly devoted to periodic points and the types of their characteristics. In this context, the classification of periodic points into attracting, repelling, or neutral types is examined, along with a detailed discussion on weakly attracting types among neutral points.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ О НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКЕ К ПЕРИОДИЧЕСКИМ ТОЧКАМ И ЕЕ АНАЛИЗ НА ПРИМЕРАХ)

Солайева Мехрибон Норимоновна
Университет мировой экономики и дипломатии,
Старший преподаватель кафедры «Системный анализ и математическое моделирование». m.solayeva@uwed.uz.
Истамов Ислам Хайотович, Мухаммадов Акмальжон Азамджон оглу
Университет мировой экономики и дипломатии, студенты 2-го курса факультета международных отношений
https://doi.org/10.5281/zenodo.20338362

ARTICLE INFO

Received: 16th May 2026
Accepted: 21st May 2026
Online: 22nd May 2026

KEYWORDS

Неподвижные точки, периодические точки, притягивающие точки, отталкивающие точки, слабо притягивающие точки.

ABSTRACT

В данной статье рассматриваются неподвижные точки, являющиеся одним из важнейших понятий динамических систем, а также их характеристики (то есть, является ли неподвижная точка притягивающей или отталкивающей). Кроме того, основное внимание в статье уделено периодическим точкам и типам их характеристик, где рассматривается классификация периодических точек на притягивающие, отталкивающие или нейтральные типы, а также подробно обсуждаются слабо притягивающие типы среди нейтральных точек.

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs

DINAMIK SISTEMALARNING BOSHLANG'ICH TUSHUNCHALARI (QO'ZG'ALMAS NUQTA HAQIDAGI TEOREMANING DVRIY NUQTALAR UCHUN TADBIQI VA UNING MISOLLARDAGI TAHLILLARI)

Solayeva Mehribon Norimonovna
Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti,
"Tizimli tahlil va matematik modellashtirish kafedra katta o'qituvchisi."
m.solayeva@uwed.uz.
Istamov Islom Hayotovich, Muhammadov Akmaljon A'zamjon o'g'li
Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti, XIM fakulteti 2-kurs talabalari
https://doi.org/10.5281/zenodo.20338362

ARTICLE INFO
Received: 16th May 2026
Accepted: 21st May 2026
Online: 22nd May 2026
KEYWORDS
Fixed points, periodic points, attracting points, repelling points, weakly attracting points.

ABSTRACT
Ushbu maqolada dinamik sistemalarning muhim tushunchalaridan biri bo'lgan qo'zg'almas nuqtalar va qo'zg'almas nuqtalarning xarakteristikalari (ya'ni qo'zg'almas nuqta tortuvchi yoki itaruvchi ekanligi) haqida so'z yuritiladi. Bundan tashqari ushbu maqola asosan davriy nuqtalar va ularning xarakteristikalarining turlariga bag'ihlangan bo'lib, bunda davriy nuqtalarning jalb qiluvchi, itaruvchi yoki neytral turlarga bo'linishi hamda shu bilan birga neytral turdagi nuqtalarning kuchsiz jalb qiluvchi turlari haqida ham so'z yuritiladi.

Qo'zg'almas nuqta haqidagi teorema.

Qo'zg'almas nuqta deb $F(x_0)=x_0$ shartini qanoatlantiradigan x_0 nuqtaga aytiladi. E'tibor bering, $F^2(x_0)=F(F(x_0))=F(x_0)=x_0$ va umuman olganda, $F^n(x_0)=x_0$. Shunday qilib, qo'zg'almas nuqtaning orbitasi $x_0, x_0, x_0, \dots$ ko'rinishidagi o'zgarmas ketma-ketlikdan iborat. [3, 4]

Oraliq qiymat haqidagi teorema (The Intermediate Value Theorem). Faraz qilaylik, $F:[a,b]\to\mathbb{R}$ funksiya uzluksiz bo'lsin. y_0 qiymati $F(a)$ *va* $F(b)$ orasida yotsin. U holda $[a,b]$ intervalida shunday x_0 nuqta mavjudki, unda $F(x_0)=y_0$ bo'ladi.

Soddaroq aytganda, bu teorema bizga uzluksiz funksiya $[a,b]$ intervalida $F(a)$ *va* $F(b)$ orasidagi barcha qiymatlarni qabul qilishini aytadi. Buning bevosita natijasi quyidagicha:

Qo'zg'almas nuqta haqidagi teorema (Fixed Point Theorem). Faraz qilaylik, $F:[a,b]\to[a,b]$ funksiya uzluksiz bo'lsin. U holda $[a,b]$ oraliqda F uchun kamida bitta qo'zg'almas nuqta mavjud.

Jalb qilish va Itarish (Attraction and Repulsion)

Qo'zg'almas nuqtalarning bir-biridan keskin farq qiluvchi ikki turi mavjud: **jalb qiluvchi** va **itruvchi** qo'zg'almas nuqtalar.

Ta'rif. Faraz qilaylik, x_0 nuqta F funksiya uchun qo'zg'almas nuqta bo'lsin. U holda:

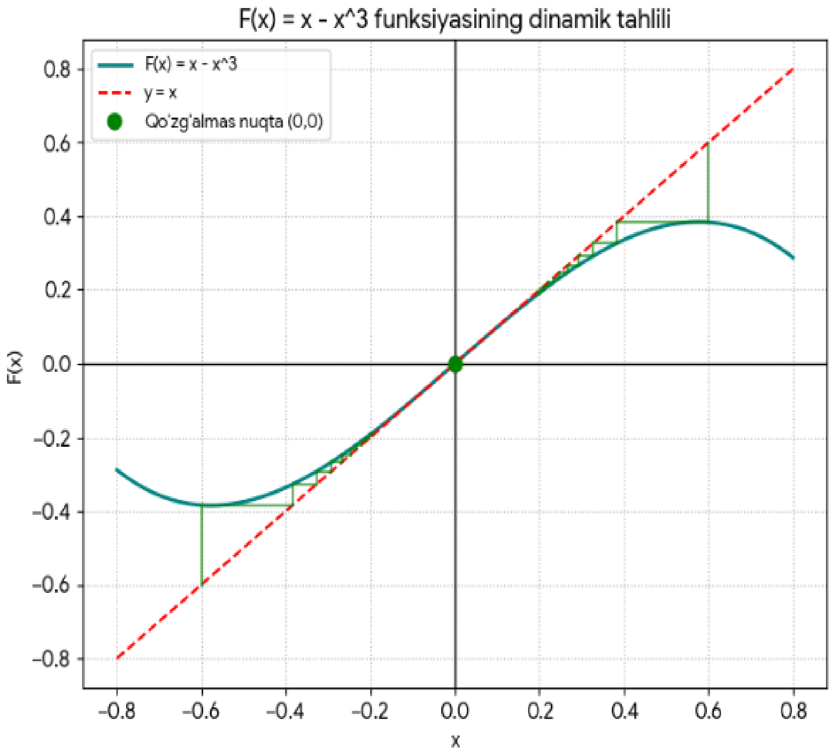
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs

- Agar $|F'(x_0)|<1$ bo‘lsa, x_0 **jalb qiluvchi (attracting)** qo‘zg‘almas nuqta deyiladi.
- Agar $|F'(x_0)|>1$ bo‘lsa, x_0 **itruvchi (repelling)** qo‘zg‘almas nuqta deyiladi.
- Nihoyat, agar $|F'(x_0)|=1$ bo‘lsa, qo‘zg‘almas nuqta **neytral** yoki **befarq (indifferent)** deb ataladi.

Jalb qiluvchi qo‘zg‘almas nuqta haqidagi teorema. Faraz qilaylik, x_0 nuqta F uchun jalb qiluvchi qo‘zg‘almas nuqta bo‘lsin. U holda o‘z ichiga x_0 ni oladigan shunday I oraliq mavjudki, unda quyidagi shart bajariladi: agar $x \in I$ bo‘lsa, u holda barcha n lar uchun $F^n(x) \in I$ bo‘ladi va bundan tashqari, $n \to \infty$ bo‘lganda $F^n(x) \to x_0$.

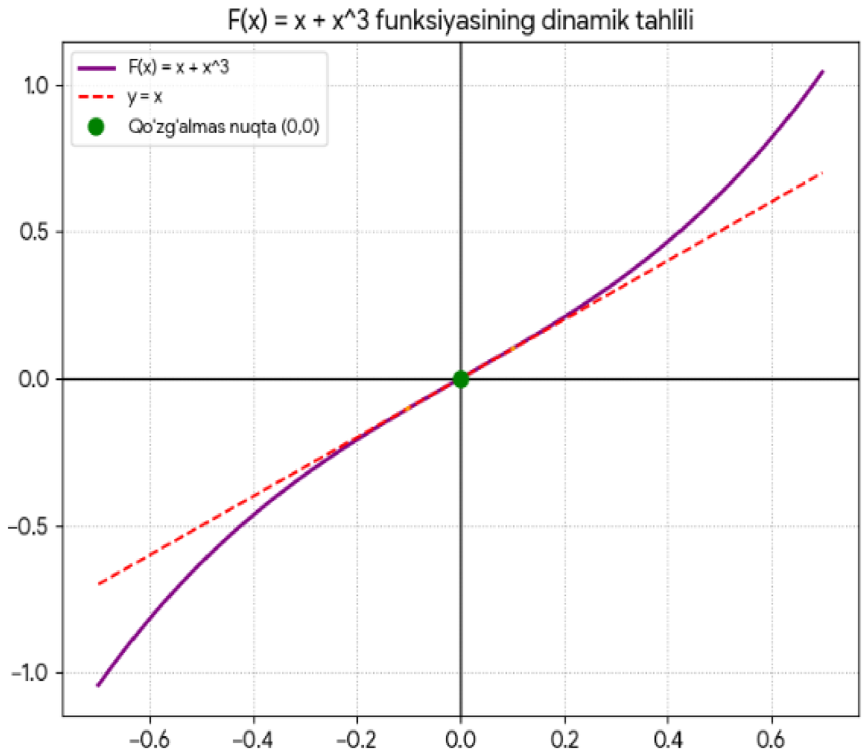
Itruvchi qo'zg'almas nuqta haqidagi teorema. Faraz qilaylik, x_0 nuqta F uchun itruvchi qo'zg'almas nuqta bo'lsin. U holda o'z ichiga x_0 ni oladigan shunday I oraliq mavjudki, unda quyidagi shart bajariladi: agar $x \in I$ va $x \neq x_0$ bo'lsa, u holda $F^n(x) \notin I$ bo'ladigan shunday $n > 0$ butun soni mavjud.

Boshqa tomondan, neytral qo'zg'almas nuqtalar barcha yaqin atrofdagi orbitalarni jalb qilishi yoki itarishi ham mumkin. Masalan, grafik tahlil shuni ko'rsatadiki, $F(x) = x - x^3$ funksiyasi $|x|<1$ bo'lgan har qanday x ning orbitasini jalb qiluvchi qo'zg'almas nuqtaga ega. Shuni quyida grafik tahlilini ko’raylik.



$F(x) = x + x^3$ esa barcha orbitalarni 0 dan uzoqlashtiradi (itaradi).

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs



Bunday qo'zg'almas nuqtalar ba'zan **kuchsiz jalb qiluvchi** yoki **kuchsiz itruvchi** deb ataladi, chunki yaqinlashish yoki uzoqlashish jarayoni juda sekin kechadi.

Misol: Quyidagi funksiyalarning har biri neytral qo'zg'almas nuqtaga ega. Ushbu nuqtani toping va aniq grafik yordamida uning kuchsiz tortuvchi, kuchsiz itaruvchi yoki neytralligini aniqlang.

$a.\ F(x) = x + x^2$

$b.\ F(x) = 1/x$

$c.\ S(x) = \sin x$

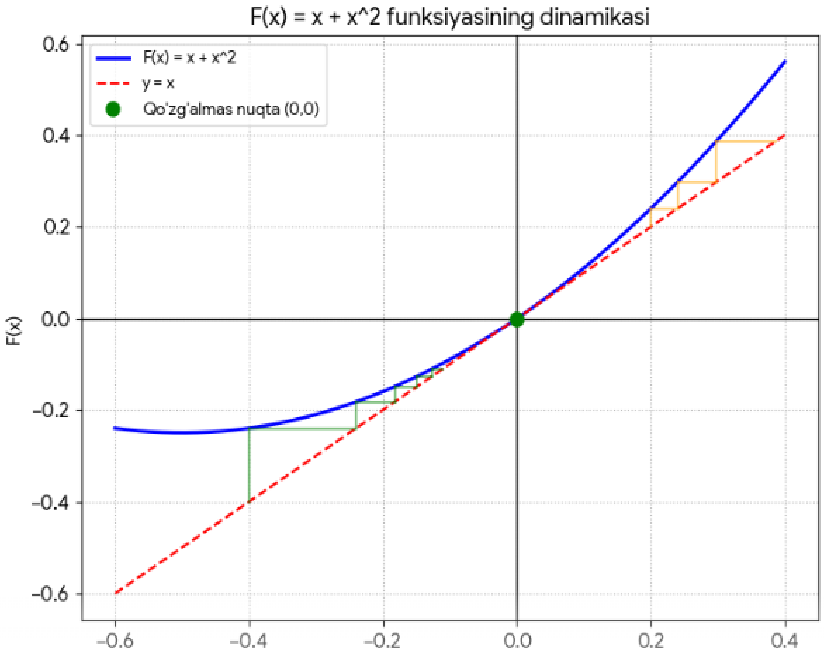
Yechish: eng avvalo berilgan funksiyalarning qo'zg'almas nuqtalarini topamiz va tortuvchi va itaruvchi qo'zg'almas nuqtalar haqidagi ta'rifga ko'ra topilgan qo'zg'almas nuqtalarning turini aniqlaymiz.

$$F(x) = x + x^2 \Rightarrow x + x^2 = x \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$F'(x) = 1 + 2x \Rightarrow F'(0) = 1 + 2\cdot 0 = 1$$

Ekanligidan berilgan $F(x)$ funksiyaning $x = 0$ qo'zg'almas nuqtasi neytral ekan va bu qo'zg'almas nuqtaning kuchsiz tortuvchi yoki kuchsiz itaruvchi qo'zg'almas nuqta ekanligini aniqlash uchun quyida grafik tahlilini ko'ramiz.

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs



Grafik tahlildan ko’rinib turibdiki berilgan funksiyaning neytral qo’zg’almas nuqtasi na tortuvchi va na itaruvchi ekan.

$$F(x)=1/x \Rightarrow \frac{1}{x}=x \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x_1=-1,\ x_2=1$$

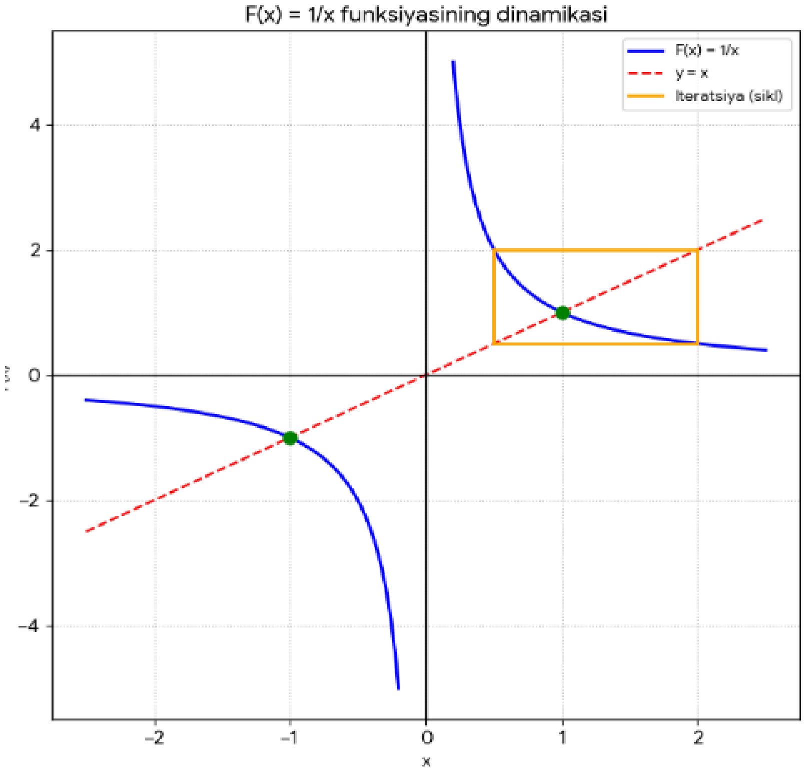
$$F'(x)=-\frac{1}{x^2},\ F'(-1)=-1,\ F'(1)=-1 \Rightarrow |F'(\pm 1)|=1$$

Ushbu tenglikdan ko’rinib turibdiki, berilgan funksiyaning ikkita qo’zg’almas nuqtasi mavjud bo’lib, ushbu qo’zg’almas nuqtalar neytraldir. Endi ushbu berilgan funksiyaning grafik tahlilini ko’rib chiqamiz.

$F(x)=\frac{1}{x}$ funksiyasining o'ziga xosligi shundaki, har qanday $x \neq 1,-1,0$ nuqtadan boshlaganda ham, iteratsiya 2-qadamda yana o'ziga qaytadi:

$$x_0 = a \Rightarrow x_1=\frac{1}{a} \Rightarrow \quad x_2=\frac{1}{\frac{1}{a}}=a$$

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.206 www.in-academy.uz/index.php/ejmtcs

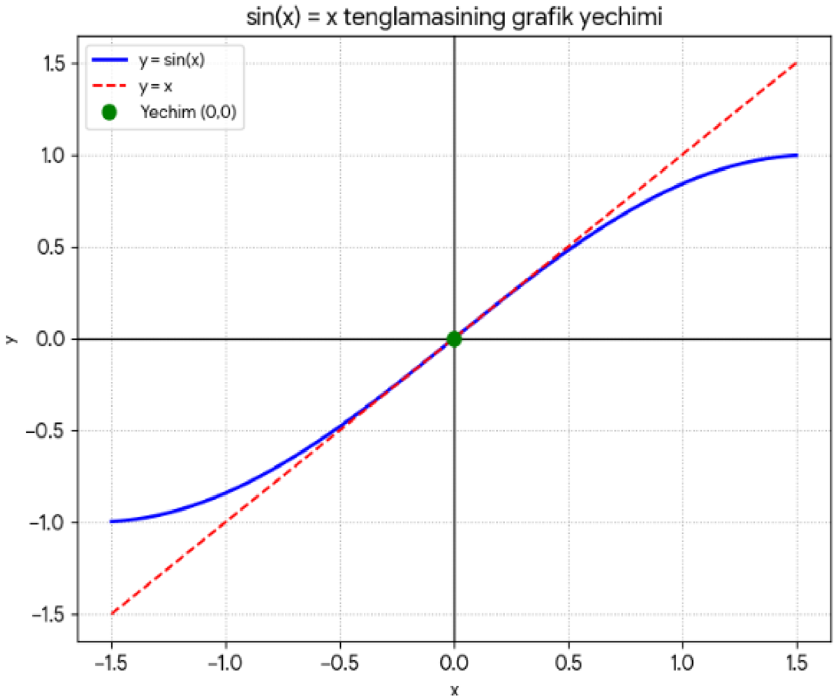


Bu degani, nuqtalar qo'zg'almas nuqtaga yaqinlashmaydi ham, undan uzoqlashmaydi ham. Ular qo'zg'almas nuqta atrofida **periodik (2-davriy)** sikl hosil qiladi. Shuning uchun bu nuqtalar **neytral barqaror** (lekin tortuvchi emas) hisoblanadi.

Grafik tahlildan ko’rinib turibdiki berilgan funksiyaning neytral qo’zg’almas nuqtasi na tortuvchi va na itaruvchi ekan.

$$S(x) = \sin x \Rightarrow \ \sin x = x \Rightarrow \ x = 0$$

$$S'(x) = \cos x \Rightarrow \ S'(0) = \cos 0 = 1$$



Grafik tahlildan ko’rinib turibdiki berilgan funksiyaning neytral qo’zg’almas nuqtasi tortuvchi ekan.

Xulosa: Xulosa o’rnida shuni aytish mumkinki, ushbu maqolada ko’rib chiqilgan barcha teorema va tushunchalar avvaldan tadqiqot orqali ko’rib chiqilgan [1] va to’liq ma’lumotlar keltirilgan. Ammo ushbu maqolada biz asosiy urg’uni berilgan tushuncha va teoremalardan foydalanib amaliy misollar yechish ko’nikmasini, dinamik sistemalarni yangi o’rganuvchilarda hosil qilishga qaratganmiz.

References:

1. Devaney, Robert L., A first course in chaotic dynamical systems: theory and experiment 1992
2. Rozikov U. A., Solaeva M.N., Behavior of trajectories of a quadratic operator splitted to uncountable linear operators. {\it Lobachevskii Journal of Mathematics.} 2023, Vol. 44, No. 7, p. 2910-2915.
3. Solayeva Mehribon Norimonovna. DINAMIK SISTEMALARNING BOSHLANG’ICH TUSHUNCHALARI (QO’ZG’ALMAS NUQTA VA SIKLIK NUQTALAR) VA ULARNI MISOLLARDAGI TAHLILLARI. Latin American Journal of Education https://lajoe.org/index.php/LAJoE/article/view/1371
4. Solayeva Mehribon Norimonovna. Basic Concepts of Dynamical Systems and Their Analysis in Examples. American Journal of Applied Science and Technology (ISSN: 2771-2745). https://doi.org/10.37547/ajast/Volume06Issue04-14