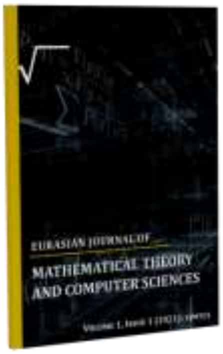
EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz



МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТОСПОСОБНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

[1]Хайдаров Шамсиддин Абдужалилович
Доцент Каршинского инженерно-экономического института,
[2]Туфлиев Эгамберди Олимович
Старший преподаватель Каршинского инженерно-экономического института. Email: d.bozorov@inbox.ru.
https://doi.org/10.5281/zenodo.7549652

ARTICLE INFO
Received: 09th January 2023
Accepted: 18th January 2023
Online: 19th January 2023
KEY WORDS
Математическая модель надёжности, работоспособность системы, безотказная работа, интенсивность отказа, марковская процесс, оптимизации.

ABSTRACT
Предлагается математическая модель надежности и работоспособности технической системы. Предлагаемый метод моделирования и оптимизации потребует очевидных изменений при использовании другого типа распределения.

Целью исследования является разработка метода оптимизации уровня работоспособ-ности технической системы в условиях неполной информации о ее характеристиках. В работе предлагается адаптивный подход к решению этой задачи. Наблюдения, получаемые в процессе работы системы, последовательно используются для уточнения стратегии управления.

Математическая модель. В основу моделирования выбранной системы положим марковский процесс принятия решений [3]. Для этого необходимо определить следующие элементы: E - множество состояний, Y - множество управлений, Q - переходная функция, определяющая одноша-говые переходы на множестве состояний E, π - стратегия управления, w - функция непосредственных доходов.

Положим, что множество состояний E конечно. Для этого проведем дискретизацию множества $\Xi=[0,\infty)$. Пусть h - шаг дискретизации. Выберем количество состояний, задав число N. Тогда множество состояний $E=\{x_0,x_1,\ldots,x_n\}$. Если в момент контроля состояние системы попадает в полуинтервал $[ih,(i+1)h)$, $0\le i\le n-1$, то будем считать, что наблюдалось состояние $x_i=ih$. Наблюдению значения из полуинтервала $[nh,\infty)$ поставим в соответствие состояние x_n .

Пусть множество управлений Y состоит из i элементов: $\{y_1,y_2,\ldots,y_i\}$ каждое из которых может быть применено в любом состоянии.

Отображение $\omega: E \to Y$ назовем решающей функцией, последовательность решающих функций $\pi = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$ - стратегией управления. Стратегия управления π для каждого состояния x в момент t_k определяет выбор управления $\omega_k(x) \in Y$.

Стратегию вида $\pi = \omega^{(\infty)} = \{\omega, \omega, \ldots\}$ назовем стационарной.

Для определения переходной функции Q проведем вспомогательные построения. Пусть в момент контроля t_k идентифицировано значение $x \in \Xi$. Применение управления $y_k \in Y$ в этом состоянии за время t_k переведет систему в некоторое случайное состояние $z \in [0, x)$ в соответствии с плотностью распределения вероятностей $f_k(z)(x), k = 2, \ldots, i$. Для $k = 1$ величина простоя системы t_1 равна 0 , а плотность f_1 вырождена в точке x . Все плотности $f_k(z)(x), k = 2, \ldots, i$ определяются конкретными регламентными работами, оцениваются статистическими методами. Будем считать их заданными.

Управления различаются по степени обновления системы. Положим, что они упорядочены следующим образом. Если $2 \le k < n \le i$, то

$$\int_0^x z f_k(z)(x) dz > \int_0^x z f_n(z)(x) dz$$

для всех $x \in \Xi$.

Последнее неравенство означает, что чем больше номер управления, тем в большей степени в среднем оно обновляет систему.

Рассмотрим теперь действие управлений на множестве E. Если наблюдаемое значение x попало в полуинтервал $[x_i, x_{i+1}) \subset \Xi$, то будем считать, что система находится в состоянии $x_i \in E$. Пусть в этом состоянии было применено управление $y_k \in Y$. Тогда через интервал времени t_k система перейдет в состояние x_j, $j = 0, \ldots, i,$ с вероятностью

$$p_{i0}^{(k)} = \int_0^{x_1} f_k(z)(x) dz,\ p_{i1}^{(k)} = \int_{x_1}^{x_2} f_k(z)(x) dz, \ldots, p_{ii}^{(k)} = \int_{x_i}^{x} f_k(z)(x) dz \qquad (1)$$

Очевидно, что $p_{00}^{(k)} = 1$ для любого $y_k \in Y$, $p_{ii}^{(1)} = 1$ для любого $x_i \in E$. Заметим, что длительность перехода t равна 0 только для управления y_1 .

После перехода в состояние z под действием управления $y_k \in Y$, система работает в течение периода времени τ . С работающей системой связана интенсивность дохода v_ξ , зависящая от состояния $\xi \in \Xi$. По предположению случайная величина $(x - z)$ имеет гамма-распределение с неизвестными параметрами α и β, где $x \in \Xi$ - наблюдение состояния системы в конце указанного периода. Плотность гамма-распределения имеет следующий вид [4]:

EURASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
UIF = 8.3 | SJIF = 5.916 www.in-academy.uz

$$f(x|\alpha,\beta)=\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x},\ \ x\geq 0,\ \alpha,\beta>0$$

Определим соответствующие переходы на дискретном множестве состояний E и вероятности переходов.

Пусть $x_i \in E$ - состояние системы, в которое управление ее переводит. Обозначим искомые вероятности через $q_{ij}, x_i, x_j \in E$. По предположению, состояние системы в процессе работы не может улучшиться. Поэтому

$$q_{i0}=0,\ \ q_{i1}=0,\ldots,q_{ii-1}=0,q_{ii}=\int\limits_{0}^{h}f(x|\alpha,\beta)dx,q_{ii+1}=\int\limits_{h}^{2h}f(x|\alpha,\beta)dx,\ldots,$$

$$q_{in-1}\int\limits_{(n-i-1)h}^{(n-i)h}f(x|\alpha,\beta)dx,\ q_{in}=\int\limits_{(n-i)h}^{\infty}f(x|\alpha,\beta)dx \qquad (2)$$

Теперь легко определить переходную функцию Q марковского процесса принятия решений. Пусть в момент контроля наблюдалось состояние $x_i \in E$, в котором применено управление $y_k \in Y$. Через интервал времени t_k это управление переведет систему в состояние $x_s \in E$ с вероятностью $p_{is}^{(k)}$. Затем через интервал времени τ состояние $x_j \in E$ будет наблюдаться с вероятностью q_{sj}. Поэтому вероятность перехода за один период, с учетом формул (1) и (2), в этом случае составит величину

$$Q_{ij}^{(k)}=\sum_{s=0}^{\min(i,j)}p_{is}^{(k)}q_{sj} \qquad (3)$$

Рассмотрим далее определение функции непосредственных доходов w. Для этого необходимо вычислить среднюю прибыль системы на одном периоде как функцию от состояния в начале периода перед применением управления и управления. Вычислим сначала средний доход на интервале времени τ, получаемый при работе системы. Пусть $x_s \in E$ - состояние системы после применения управления $y_k \in Y$. Предположив, что на интервале времени $(0,\tau)$ износ и падение эффективности работы системы происходит по линейному закону, получим среднюю величину дохода:

$$V(x_s)=\sum_{j=s}^{N}q_{sj}\left(v_s\tau+\frac{1}{2}(v_{j+1}-v_j)\tau\right),$$

где $v_{N+1}=0.$

Величина непосредственного дохода в единицу времени на одном периоде при условии, что в начале периода в состоянии $x_i \in E$ применено управление $y_k \in Y$, равна

$$w(x_i,y_k)=\frac{1}{T_k+\tau}\left(\sum_{s=0}^{i}p_{is}^{(k)}V(x_s)-r(x_i,y_k)\right), \qquad (4)$$

здесь $p_{is}^{(k)}$ определены в (1); $r(x_i, y_k)$ - стоимость управления $y_k \in Y$, примененного в состоянии $x_i \in E$.

Решающей функции ω поставим в соответствие матрицу переходных вероятностей $Q(\omega)$ с элементами $Q_{ij}^{(\omega(x_i))}, i, j = 1, \ldots, N, \omega(x_i) \in Y,$ и вектор-столбец непосредственных доходов $w(\omega)$ с компонентами $w(x_i, \omega(x_i)), i = 1, \ldots, N, \omega(x_i) \in Y$. Пусть система управляется стационарной стратегией $\pi = \omega^{(\infty)}$. Тогда средний доход в единицу времени, приносимый системой при неограниченном времени работы, составит величину

$$\varphi(\pi) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} Q^k(\omega) w(\omega) \qquad (5)$$

Известно [3], что если множество состояний образует один эргодический класс, то вектор-столбец $\varphi(\pi)$ состоит из одинаковых компонент. Это означает, что величина среднего дохода в единицу времени не зависит от начального состояния. В нашем случае это условие выполнено.

Задача состоит в отыскании стационарной стратегии п, для которой компоненты вектора $\varphi(\pi)$ максимальны. Решение этой задачи дает алгоритм Ховарда [3]. Применить непосредственно этот алгоритм не удастся, так как модель определена не полностью. Параметры α и β, определяющие распределение приращений траектории процесса износа и разрегулировки системы, неизвестны. Предлагается применить адаптивный подход к выбору оптимальной стратегии управления. Именно, наблюдая состояние системы после применения "априорной" стратегии управления, уточнить оценки параметров, получить улучшенную "апостериорную" стратегию, применить ее и получить очередное наблюдение. Затем вновь улучшить стратегию. Улучшение стратегии понимаем здесь в смысле критерия φ. Учитывая, что стационарных стратегий конечное число, а оценки параметров α и β в определенном смысле сходятся к истинным значениям, можно доказать, что за конечное число улучшений будет достигнута ε -оптимальная стратегия.

References:

1. Вопросы математической теории надежности / Под ред. Б.В. Гнеденко. М.: Радио и связь, 1983. 376с.
2. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.: Высшая школа, 1984. 208 с.
3. МайнХ., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. М.: Наука, 1977. 175с.
4. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. М.: Мир, 1974. 493с.
5. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648с.
6. Хайдаров Ш.А, Чориев М, Риксиалиев Ж.Д. Адаптивная модель надежности и роботоспособности технических систем. //Сборник трудов международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы инновационных технологии в

развитии химической, нефте-газовой и пищевой промыщленности». –Ташкент,2021,С-570-572.
7. Юсупбеков А.Н., Хайдаров Ш.А., Абдижалилов Ж.Ш. Аналитечиская модель надежности востанавливаемой технической системой. // Инновацион технологиялар. – Қарши, 2022, -№1. С 27-32.
8. Olimov, K. T., Tulaev, B. R., Khimmataliev, D. O., Daminov, L. O., Bozarov, D. U., & Tufliyev, E. O. (2020). Interdisciplinary integration–the basis for diagnosis of preparation for professional activity. Solid State Technology, 246-257.
9. Maxmudovna, G. M., Olimovich, T. E., & Uralovich, B. D. (2021). Types and uses of mathematical expressions. ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal, 11(3), 746-749.
10. Uralovich, B. D., Normamatovich, R. B., & Kholmatovich, K. J. (2021). Development Of Mathematics In Different Periods. European Journal of Research Development and Sustainability, 2(3), 53-54.
11. Bozarov, D. U. (2022). IKKI O 'ZGARUVCHILI FUNKSIYANING EKSTREMUMIDAN FOYDALANIB, TEKISLIKDAGI IKKITA FIGURA ORASIDAGI MASOFANI TOPISH. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(11), 292-301.
12. Uralovich, B. D. (2022). CHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMALARIGA OID MASALALAR. Science and innovation, 1(A2), 163-171.
13. Uralovich, B. D., Normamatovich, R. B., & O'Gli, A. Z. A. (2021). SONLARDAN ILDIZ CHIQARISH HAQIDA. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 1(4), 1428-1432.
14. Bozarov, D. (2022). CHIZIQLI VA KVADRATIK MODELLASHTIRISH MAVZUSINI MUSTAQIL O 'RGANISHGA DOIR MISOLLAR. Eurasian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences, 2(6), 24-28.
15. Бозаров, Д. У. (2022). DETERMINANTLAR MAVZUSINI MUSTAQIL OQISHGA DOIR MISOLLAR. Журнал Физико-математические науки, 3(1).