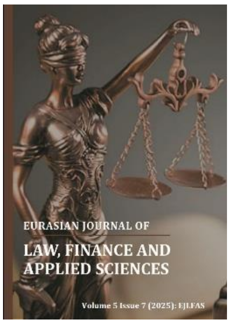
EURASIAN JOURNAL OF LAW, FINANCE AND APPLIED SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.2 www.in-academy.uz/index.php/ejlfas



FRACTAL CONNECTIONS OF PYTHAGOREAN TRIADS

Ibragimov Khusniddin Hikmatovich
Denau Institute of Entrepreneurship and Pedagogy,
Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics
e-mail: husniddinhikmatovich@gmail.com
UDK 371.4 https://orcid.org/0009-0000-6920-8414
https://doi.org/10.5281/zenodo.17075833

ARTICLE INFO
Received: 01st September 2025
Accepted: 07th September 2025
Online: 08th September 2025

KEYWORDS
Pythagorean number, Pythagorean board, Pythagorean brick, Euler triangle, Euler brick, diagonal, rectangular triangle, equilateral triangle, parametric equation.

ABSTRACT
The connections between the hypotenuse of a right triangle and an equilateral triangle, the connections between an equilateral triangle and an n-dimensional Pythagorean brick in the space R^n are shown. This paper shows equilateral and fractal connections between right triangles in figures and diagrams. An equation with an additional parameter r∈Z is given, generating the edges and diagonals of the Euler brick, and one example is given.

ФРАКТАЛЬНЫЕ СВЯЗИ ПИФАГОРОВЫХ ТРОЕК

Ибрагимов Хусниддин Хикматович
Денауский институт предпринимательства и педагогики,
Старший преподаватель кафедры “Высшая математика”
e-mail: husniddinhikmatovich@gmail.com
UDK 371.4. https://orcid.org/0009-0000-6920-841
https://doi.org/10.5281/zenodo.17075833

ARTICLE INFO
Received: 01st September 2025
Accepted: 07th September 2025
Online: 08th September 2025

KEYWORDS
Число Пифагора, доска Пифагора, кирпич Пифагора, треугольник Эйлера, кирпич Эйлера, диагональ, прямоугольный треугольник, равносторонний треугольник, параметрическое уравнение.

ABSTRACT
Показаны связи между гипотенузой прямоугольного треугольника и равносторонним треугольником, связи между равносторонним треугольником и n - мерным кирпичиком Пифагора в пространстве $\mathbb{R}^n$. В данной работе показаны равносторонние и фрактальные связи между прямоугольными треугольниками на рисунках и схемах. Приведено уравнение с дополнительным параметромr $\in Z$, порождающее ребра и диагонали кирпича Эйлера, и приведен один пример.

История пифагоровых троек

Тройка (3,4,5) известна в математике с древних времен и помогает составлять прямые углы. Витрувий интерпретировал эту триаду как высшее достижение математики, а Платон — как символ единства. В архитектуре на древних месопотамских надгробиях встречается равносторонний треугольник, составленный из двух треугольников со сторонами 9, 12 и 15. Пирамиды Фиравна Снофру были построены из треугольников со сторонами 20, 21 и 29 и 18, 24 и 30.

В то же время в недавнем прошлом над этой темой работали такие известные математики, как Пифагор, Диофант, Евклид и Эйлер. Используя свое научное наследие, многие математики до сих пор получают новые результаты. В литературе встречаем разные подходы к таким вопросам, как пифагорейская тройка, пифагорейская четверка и n - мерный кирпичик Пифагора. В этой статье покажем метод построения пифагорейских кирпичей с помощью тройки Пифагора с использованием этой формулы, а также докажем теоремы 1 и 2, которая дает тройку Пифагора, четверку Пифагора,

n - мерный кирпичик Пифагора. И в этой работе также представляем параметрическое уравнение, которое порождает тройку Эйлера, кирпич Эйлера. Если равенство $a^2 + b^2 = c^2$ выполняется для некоторых положительных чисел a, b и c, то числа $(a,b;c)$ называются пифагорейскими тройками.

Разделение гипотенузы на части

Пусть нам дано прямоугольный треугольник ABC (рис.1). Предположим, что $AC = b$, $BC = a$ и $AB = c$. Построим окружность с центром в точке A , так чтобы $AC = AE = b$, а также окружность с центром в точке B так чтобы $BC = BD = a$. Значит, будем иметь :

$AC = AE = b,$

$BC = BD = a,$

$AD = AB - DB = c - a,$

$BE = AB - AE = c - b,$

$DE = AB - AD - BE = c - (c - a) - (c - b) = a + b - c,$

$$AD + BE = c - a + c - b = 2c - a - b.$$

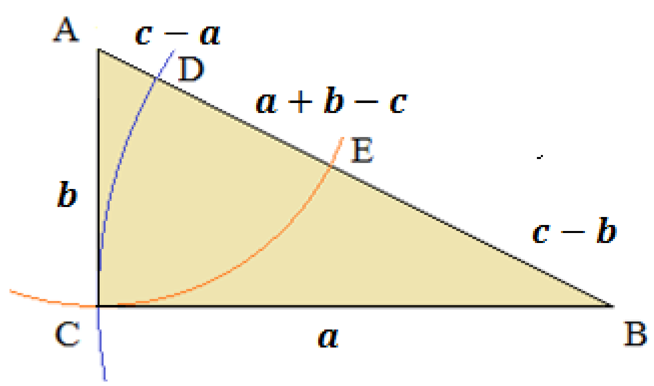


Рис.1 Значит, разделим гипотенузу прямоугольного треугольник на отрезки

$c-a$, $c-b$ и $a+b-c$, для суммы длин $2c-a-b$ два крайних отрезка $c-a$ и $c-b$, которые разделяют радиусы окружности на гипотенузе справедливо равенство:

$$(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})^2+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})^2+(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})^2=(\boldsymbol{2c}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2$$

Это равенство вытекает из теоремы 1 при $n=3$.

Теорема 1. *Если a, b и c числа Пифагора, то для любого $n\in\mathbb{N}$ справедливо следующее равенство*

$$(n-2)(c-a)^2+\big(b-(n-2)(c-a)\big)^2+\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)+a-(n-2)b\right)^2=$$

$$=\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)+c-(n-2)b\right)^2 \qquad (1)$$

Доказательство. Прежде всего раскроем скобки и

$$(n-2)(c-a)^2+\big(b-(n-2)(c-a)\big)^2+\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b+a\right)^2=$$

$$=\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b+c\right)^2$$

получаем

$$(n-2)(c-a)^2+b^2-2b(n-2)(c-a)+\big((n-2)(c-a)\big)^2+$$

$$+\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)^2+2a\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)+a^2$$

$$=$$

$$=\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)^2+2c\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)+(n-2)b\right)+c^2$$

отбрасывая одинаковые выражения $\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)^2$ в обеих частях равенства будем иметь

$$(n-2)(c-a)^2+b^2-2b(n-2)(c-a)+\big((n-2)(c-a)\big)^2+$$

$$+2a\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)+a^2=$$

$$=2c\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)+c^2$$

Так как a, b и c Пифагоровы числа выражение a^2+b^2в левой части равенства равно c^2 получаем

$$(n-2)(c-a)^2-2b(n-2)(c-a)+\big((n-2)(c-a)\big)^2$$

$$+2a\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)=$$

$$=2c\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)$$

Переводя последнее слагаемое в левой части равенства в правую часть будем иметь

$$(n-2)(c-a)^2-2b(n-2)(c-a)+\big((n-2)(c-a)\big)^2=$$

$$= 2c\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)-2a\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)$$

Если общий множитель $2\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)$ в правой части вынести за скобку получаем равенство

$$(n-2)(c-a)^2-2b(n-2)(c-a)+\left((n-2)(c-a)\right)^2 =$$
$$= 2\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)(c-a)$$

Разделяя обе части равенства на $(c-a)\neq 0$ получим равенство

$$(n-2)(c-a)-2b(n-2)+(n-2)^2(c-a) = 2\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c-a)-(n-2)b\right)$$

или

$$(n-2)(c-a)-2b(n-2)+(n-2)^2(c-a) = 2(n-2)\left(\frac{(n-1)}{2}(c-a)-b\right).$$

Теперь деля обе части равенства на не равную нолю выражение $(n-2)$ будем иметь

$$(c-a)-2b+(n-2)(c-a) = 2(\frac{(n-1)}{2}(c-a)-b)$$

или

$$(c-a)-2b+(n-2)(c-a)=(n-1)(c-a)-2b$$

Отсюда приходим равенству $(n-1)(c-a)=(n-1)(c-a)$ которое является тождеством. Теорема доказана.

Теперь используя теоремы 1 найдем равенства для некоторых значений n :

для $n=2$, $b^2+a^2=c^2$.

для $n=3$, $(c-a)^2+(a+b-c)^2+(c-b)^2=(2c-a-b)^2$.

для $n=4$, $(c-a)^2+(c-a)^2+(b+2a-2c)^2+(3c-2a-2b)^2 = (4c-3a-2b)^2$.

для $n=5$, $(c-a)^2+(c-a)^2+(c-a)^2+(b+3a-3c)^2+(6c-5a-3b)^2=(7c-6a-3b)^2$.

для $n=k+2$, $k(c-a)^2+\left(b-k(c-a)\right)^2+\left(\frac{k(k+1)}{2}(c-a)+a-kb\right)^2$
$=(\frac{k(k+1)}{2}(c-a)+c-kb)^2$.

Найденные равенства для значений n : $n=2$, $n=3$, $n=4$ и $n=5$ используя формулу теоремы изображены на рис.2

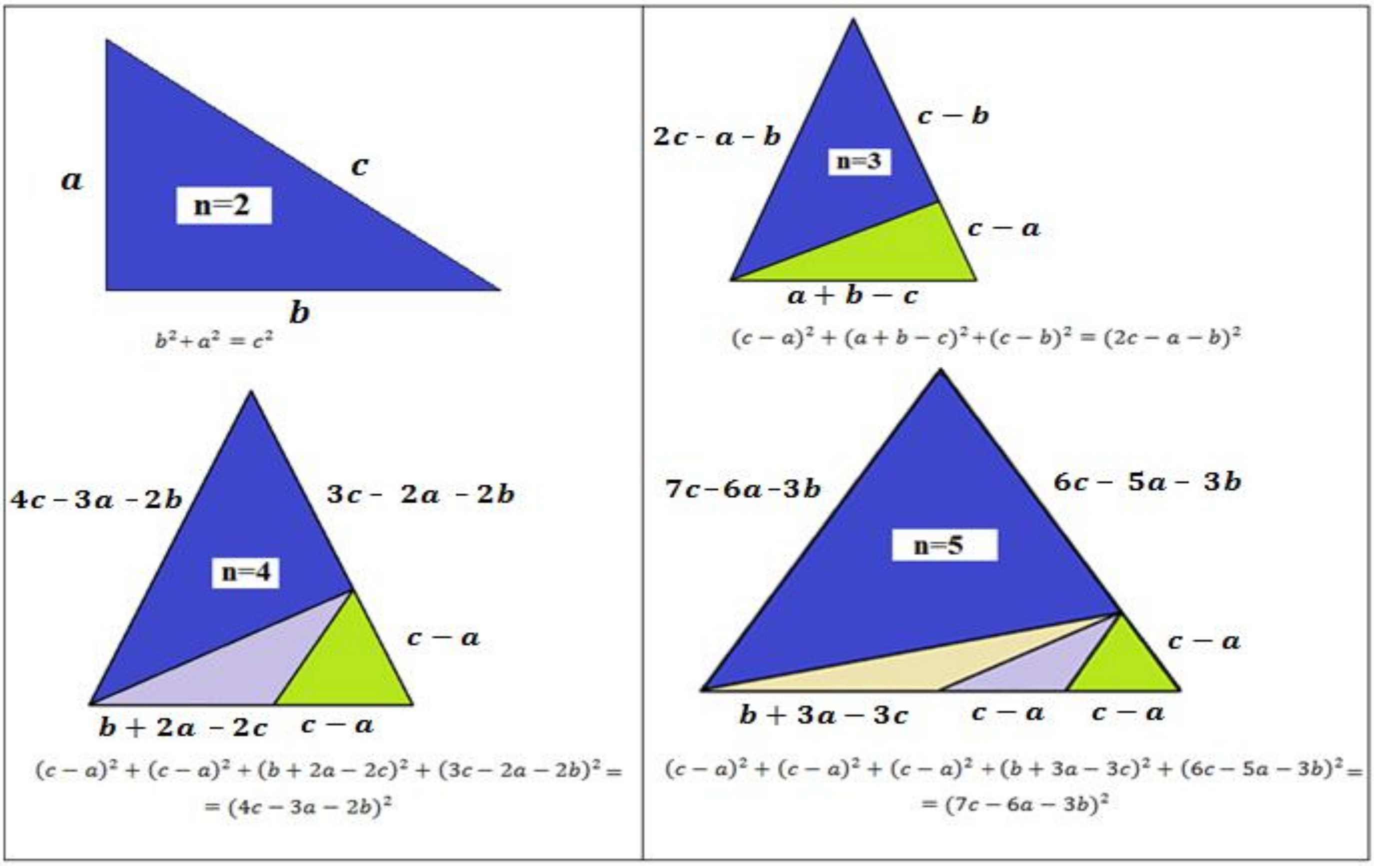


Рис.2

Теперь используя формулу теоремы 1 при $n=3$ покажем как можно перейти в случай $n=2$. Используя равенство $(c-a)^2+(a+b-c)^2+(c-b)^2=(2c-a-b)^2$ для $n=3$ найдем a, b и c

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}+c-a=\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}+c-b=\boldsymbol{b}$$

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}+2c-a-b=\boldsymbol{c}$$

и отсюда при $n=2$ вытекает равенство $b^2+a^2=c^2$ (рис.3).

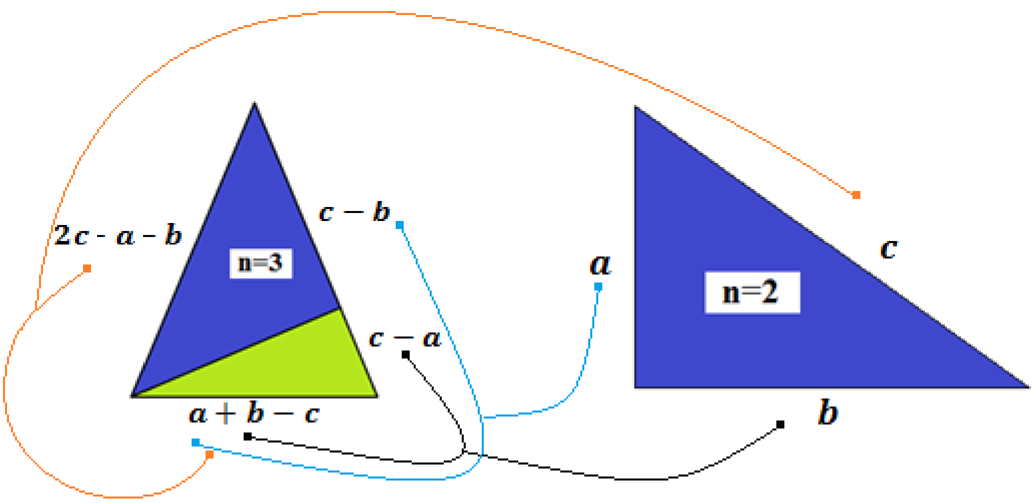


Рис. 3.

EURASIAN JOURNAL OF LAW, FINANCE AND APPLIED SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.2 www.in-academy.uz/index.php/ejlfas

Теорема 2. Если a, b и c-числа Пифагора, то для произвольного n верно равенство

$$(n-2)(c+a)^2+\big(b+(n-2)(c+a)\big)^2+$$
$$+\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c+a)-a+(n-2)b\right)^2=$$
$$=\left(\frac{(n-1)(n-2)}{2}(c+a)+c+(n-2)b\right)^2.$$

Доказательство аналогично доказательству теоремы 1.

Теперь используя теорему 2 приведем в виде таблицы ребра и диагоналей двух серий Пифагоровых кирпичей, которых можно построить с помощью пифагоровых троек $(3,4;5)$ и $(4,3;5)$:

Таблица 1

П. К / $\mathbb{R}^n$	Пифагоровые кирпичи, построенные с помощью тройки $(3,4;5)$		Пифагоровые кирпичи, построенные с помощью тройки $(4,3;5)$	
	Ребра	Диагональ	Ребра	Диагональ
$\mathbb{R}^3$	$(8,12,9)$	17	$(9,12,8)$	17
$\mathbb{R}^4$	$(8,8,20,29)$	37	$(9,9,21,29)$	38
$\mathbb{R}^5$	$(8,8,8,28,57)$	65	$(9,9,9,30,59)$	68
$\mathbb{R}^6$	$(8,8,8,8,36,93)$	101	$(9,9,9,9,39,98)$	107
$\mathbb{R}^7$	$(8,8,8,8,8,44,137)$	145	$(9,9,9,9,9,48,149)$	155

или укажем схему фрактального процесса [2,с17]:

$$(3,4;5)$$
$$\xrightarrow{n=3}\begin{cases}(8,12,9;17)\\(9,128;17)\end{cases}\xrightarrow{n=4}\begin{cases}(8,8,20,29;37)\\(9,9,21,29;38)\end{cases}\xrightarrow{n=5}\begin{cases}(8,8,8,28,57;65)\\(9,9,9,30,59;68)\end{cases}\xrightarrow{n=5}\begin{cases}(8,8,8,8,36,93;101)\\(9,9,9,9,39,98;107)\end{cases}$$

Покажем результаты, полученные из формулы теоремы 2 для значений n : n =2, n =3, n =4 и n =5 в виде изображения[2,с.20] (рис.6)

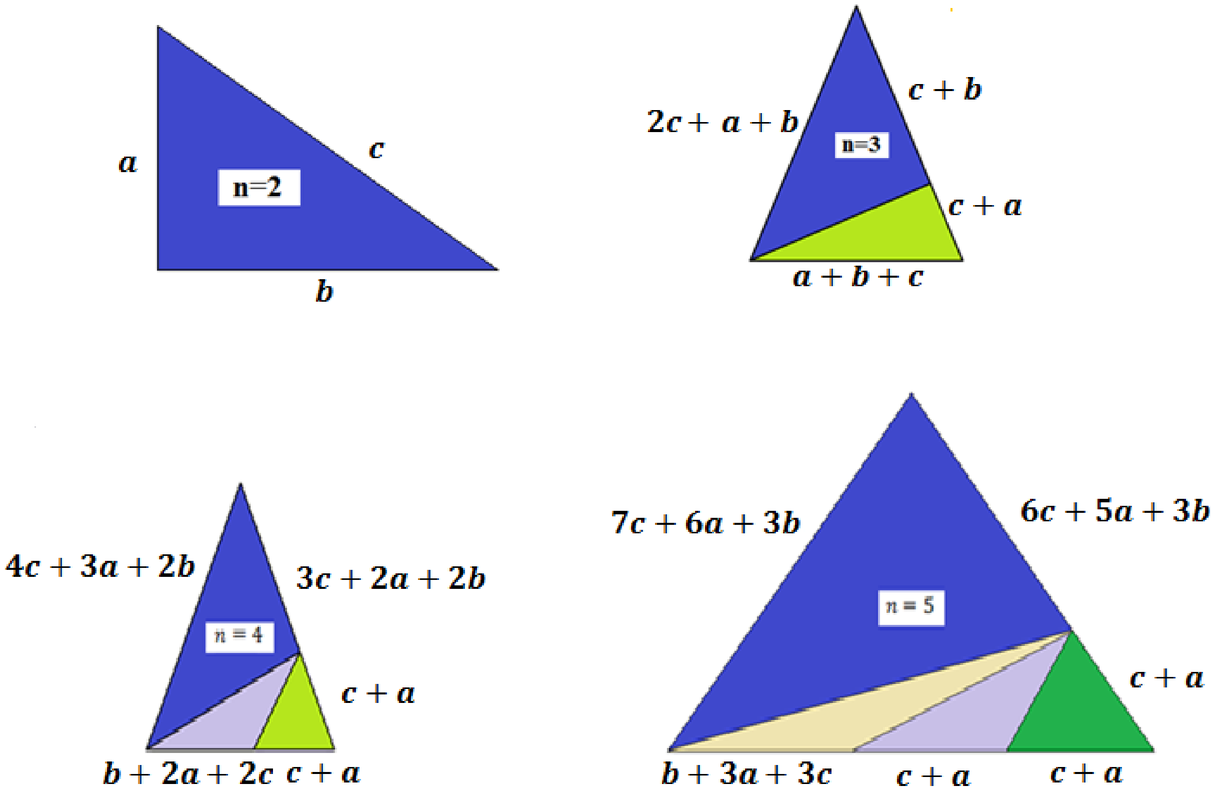


Рис.6.

Следствие 1. Из теоремы 2 можно вывести различные Пифагоровые тройки для различных значений n :

для $n = 2$, пифагоровая тройка $b^2 + a^2 = c^2 \quad (a, b; c)$,

для $n = 3$ пифагоровой кирпич

$(c + a)^2 + (a + b + c)^2 + (c + b)^2 = (2c + a + b)^2$

а также для n -мерного пифагорового кирпича

$$(\underbrace{c - a, c - a, \dots, c - a}_{(n-3)\text{шт}}, \frac{(n-1)(n-2)}{2}(c + a) - a +$$

$$+(n-2)b; \frac{(n-1)(n-2)}{2}(c + a) + c + (n-2)b)$$

Например, полученное в теореме 2, при $n = 3$, равенство

$(c + a)^2 + (a + b + c)^2 + (c + b)^2 = (2c + a + b)^2$

можно изобразить как связь равностороннего треугольника ABC с прямым параллелепипедом TNKODHFS, т.е. «кирпичиком Пифагора», на рис.7 следующим образом [2,с.20]:

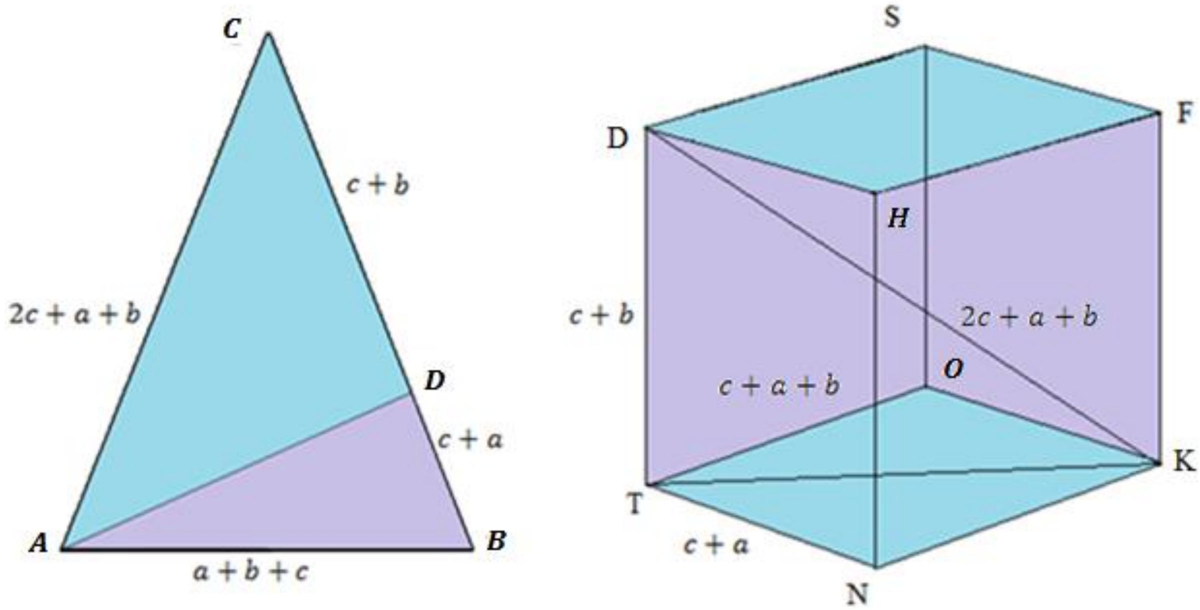


Рис. 7

Пусть нам дано равнобедренный треугольник CTD на плоскости α.

$AB = a + b + c, BD = c + a, DC = c + b$ и $AC = 2c + a + b$

определим как рёбра и диагональ пифагорово кирпича прямого параллелепипеда TNKODHFS , принадлежащий пространству $\mathbb{R}^3$

$OT = SD = FH = KN = a + b + c$,

$TN = OK = SF = DH = c + a$,

$$TD = NH = KF = OS = c + b$$

$DK = 2c + a + b$.

Фрактальные связи пифагоровых троек

Фрактал — это фигура, обладающая свойством самоподобия. Объект называют самоподобным, если одна или более его частей похожа на его целое. При этом количество повторяющихся частей у фрактала стремится к бесконечности — этим он отличается от самоподобных геометрических фигур с конечным числом звеньев (предфракталов).

Термин «фрактал» ввёл в 1975 году американский математик Бенуа Мандельброт. За основу он взял латинское слово **fractus**, означающее «разделённый на части». Позже Мандельброт выпустил книгу «Фрактальная геометрия природы» (The Fractal Geometry of Nature), в которой представил новый метод описания сложных природных объектов на основе фракталов. Обычные, или евклидовы, фигуры с этой задачей не справлялись, ведь в природе не существует прямых линий, треугольников, квадратов кругов и так далее.

Однако о концепции фракталов было известно задолго до первых работ Мандельброта. Первую такую фигуру, которая вошла в историю как «множество Кантора» (позже мы расскажем про неё подробнее), открыл Георг Кантор в 1883 году. На её основе математик продемонстрировал и самоподобие, и рекурсию.

EURASIAN JOURNAL OF LAW, FINANCE AND APPLIED SCIENCES
Innovative Academy Research Support Center
IF = 9.2 www.in-academy.uz/index.php/ejlfas

Позже учёные обнаружили рекурсию в объектах живой природы: деревьях, молниях, облаках и других. Оказалось, что структура таких объектов подобна структуре их частей, а значит, их можно описать неким математическим законом и не пытаться изобразить квадратами, кругами и другими классическими геометрическими фигурами.

Теорема 3. Пусть дана пифагорова тройка $(a, b; c)$ Тогда с помощью следующих формул

$$a_1 = 2a \pm b + 2c, \qquad b_1 = a \pm 2b + 2c, \quad c_1 = 2a \pm 2b + 3c \tag{1}$$

можно образовать новые пифагоровы тройки $(a_{21}, b_{21}; c_{21})$ и $(a_{22}, b_{22}; c_{22})$.

Из пифагоровой тройки $(a, b; c)$ с помощью следующих формул

$$2a \pm b + 2c, \quad a \pm 2b + 2c, \quad 2a \pm 2b + 3c$$

образуем новые пифогорвые ройки $(a_{21}, b_{21}; c_{21})$ и $(a_{22}, b_{22}; c_{22})$

Аналогично, из $(a_{21}, b_{21}; c_{21})$ с использованием формул

$2a_{21} \pm b_{21} + 2c_{21},\ a_{21} \pm 2b_{21} + 2c_{21},\ 2a_{21} \pm 2b_{21} + 3c_{21},$

получаем тройки $(a_{31}, b_{31}; c_{31})$ и $(a_{32}, b_{32}; c_{32})$, а из $(a_{22}, b_{22}; c_{22})$ с помощью формул

$$2a_{22} \pm b_{22} + 2c_{22}, \qquad a_{22} \pm 2b_{22} + 2c_{22}, \qquad 2a_{22} \pm 2b_{22} + 3c_{22}$$

получаем тройки $(a_{33}, b_{33}; c_{33})$ и $(a_{34}, b_{34}; c_{34})$

Короче говоря, был обнаружен бесконечный фрактальный процесс.

Этот процес заишем в виде следующей схемы:

$$(a, b; c) \xrightarrow{(2a \pm b + 2c, a \pm 2b + 2c, 2a \pm 2b + 3c)} \begin{cases} (a_{21}, b_{21}; c_{21}) \\ (a_{22}, b_{22}; c_{22}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_{21}, b_{21}; c_{21}) \xrightarrow{(2a_{21} \pm b_{21} + 2c_{21}, a_{21} \pm 2b_{21} + 2c_{21}, 2a_{21} \pm 2b_{21} + 3c_{21})} \begin{cases} (a_{31}, b_{31}; c_{31}) \ldots \\ (a_{32}, b_{32}; c_{32}) \ldots \end{cases} \\ (a_{22}, b_{22}; c_{22}) \xrightarrow{(2a_{22} \pm b_{22} + 2c_{22}, a_{22} \pm 2b_{22} + 2c_{22}, 2a_{22} \pm 2b_{22} + 3c_{22})} \begin{cases} (a_{33}, b_{33}; c_{33}) \ldots \\ (a_{34}, b_{34}; c_{34}) \ldots \end{cases} \end{cases}$$

Например, с помощью тройки Пифагора (3,4,5) покажем трехзвенный фрактальный процесс на схеме:

$(20,21;29)$ ↗ $(119,120;169)$ ↗ $(696,697;985)$ ↗…↘…
↘ $(456,217;505)$ ↗…↘…
↘ $(77,36;85)$ ↗ $(360,319;481)$ ↗…↘…
↘ $(288,175;377)$ ↗…↘…

$(3,4;5)$ ↗↘

$(12,5;13)$ ↗ $(55,48;73)$ ↗ $(284,257;385)$ ↗…↘…
↘ $(228,145;273)$ ↗…↘…
↘ $(45,28,53)$ ↗ $(224,207;305)$ ↗…↘…
↘ $(168,95;193)$ ↗…↘…

Задача 1. С помощью тройки Пифагора $(4,3;5)$ постройте трехзвенный фрактальный процесс, используя теоремы 3.

Представляем ниже кирпичик Эйлера с наименьшими гранями [1,3,с.15]:

$$\begin{cases} 44^2 + 117^2 = 125^2 \\ 117^2 + 240^2 = 276^2 \\ 240^2 + 44^2 = 244^2 \end{cases}$$

Ниже приведено уравнение с дополнительными параметрами $r \in Z$, которое генерирует ребра и диагонали кирпича Эйлера, и приведен один пример.

Теорема 4. Если $(a, b; c)$ - тройка Пифагора, то для произвольного $r \in Z$ ненулевые числа $x, y; z$, определённые равенствами

$$x = a[(br)^2 - c^2] \cdot \{(2b[(br)^2 - c^2(2r-1)])^2 - (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},$$
$$y = b[(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot \{(2a[(br)^2 - c^2])^2 - (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},$$
$$z = 4abc[(br)^2 - c^2] \cdot [(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot [c^2 + (r^2 - 2r)b^2]$$

являются тройками Эйлера.

Известно два параметрические уравнения Эйлера, эта теорема даёт новое параметрическое уравнения с дополнительным параметром $r \in Z$.

Доказательство. Доказательство теоремы осуществляется путем проверки равенств.

$$x^2 + y^2 = d_{xy}^2$$
$$x^2 + z^2 = d_{xz}^2$$
$$y^2 + z^2 = d_{yz}^2$$

В этом случае диагонали сторон кирпича Эйлера равны:

$$d_{xy} = (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^3,$$
$$d_{xz} = a[(br)^2 - c^2] \cdot \{(2b[(br)^2 - c^2(2r-1)])^2 + (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\},$$
$$d_{yz} = (b[(br)^2 - c^2(2r-1)] \cdot \{(2a[(br)^2 - c^2])^2 + (c[c^2 + (r^2 - 2r)b^2])^2\}.$$

Подставляя значения $r \in Z$ в формулу, дающей тройки Эйлера, создаём бесконечное множество параметрических уравнений, дающих тройки Эйлера.

Если же найдем ребра кирпича Эйлера, соответствующие $r = 2$ и $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ в параметрическом уравнении, то тогда

$$x = a[4b^2 - c^2]\{(2b[4b^2 - 3c^2])^2 - c^6\},$$
$$y = b[4b^2 - 3c^2]\{(2a[4b^2 - c^2])^2 - c^6\},$$
$$z = 4abc^3[4b^2 - c^2] \cdot (4b^2 - 3c^2).$$

Теперь вычислим ребра кирпичика Эйлера, соответствующие тройке Пифагора $a = 3, b = 4, \; c = 5$.

$$x = 3 \cdot 39 \cdot \{(2 \cdot 4 \cdot 11)^2 - (125)^2\},$$
$$y = 4 \cdot 11 \cdot \{(2 \cdot 3 \cdot 39)^2 - (125)^2\},$$
$$z = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 39 \cdot 11,$$

и из этого вытекает

$$x = 3 \cdot 39(88^2 - 125^2),$$
$$y = 4 \cdot 11(234^2 - 125^2),$$
$$z = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 39 \cdot 11$$

Как результат получаем тройку Эйлера

$x = 922077, \quad y = 1721764, \quad z = 2574000.$

Проверка:

$$922077^2 + 1721764^2 = 1953125^2,$$
$$922077^2 + 2574000^2 = 2734173^2,$$
$$1721764^2 + 2574000^2 = 3096764^2,$$
$$850225993929 + 2964471271696 = 3814697265625,$$
$$850225993929 + 6625476000000 = 7475701993929,$$
$$2964471271696 + 6625476000000 = 9589947271696.$$

$1953125, 2734173, 3096764$ – диагонали граней кирпича Эйлера с ребрами $(922077,\ 1721764,\ 2574000)$.

Задача 2. Найти параметрическое уравнение, соответствующее $r = 3$ и тройке Пифагора $a = 5, b = 12, c = 13$. в параметрическом уравнении теоремы 4 .

Следствие 2. Если $(a, b; c)$ – тройка Пифагора,

$$x^2 + y^2 = d_{xy}^2$$
$$x^2 + z^2 = d_{xz}^2$$
$$y^2 + z^2 = d_{yz}^2$$

тогда существует трехзвенный фрактал:

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \nearrow \cdots \\
 & (x, y; d_{xy}) & \rightarrow \cdots \\
 & & \searrow \cdots \\
\nearrow & & \nearrow \cdots \\
(a, b; c) \rightarrow & (x, z; d_{xz}) & \rightarrow \cdots \\
\searrow & & \searrow \cdots \\
 & & \nearrow \cdots \\
 & (y, z; d_{yz}) & \rightarrow \cdots \\
 & & \searrow \cdots
\end{array}
$$

References:

1. A. A'zamov.*Eyler g'ishtlari*. Fizika, matematika va informatika. 2012.№1, 52-56.
2. Abdullayev J.I., Ibragimov H. H. *Pifagor taxtasi yordamida Pifagor g'ishtlarini qurish*. Ilmiy axborotnoma. Samarqand, 1-son (119), 2020. 15-21.
3. Abdullayev J.I., Ibragimov H. H.*Pifagor va Eyler g'ishtlari.* Buxoro davlat universiteti Ilmiy axboroti. Buxoro, 2022/6(94). 10-15.
4. Abdullayev J.I., Ibragimov H. H. *Pifagor va Eyler g'ishtlari uchun parametrik tenglamalar*. Ilmiy axborotnoma. Samarqand, №3/(139) 2023.29-34.
5. H.H.Ibragimov.*Pifagor sonlari va Eyler g'ishti*.Tadbirkorlik va pedagogika.Ilmiy-uslubiy jurnal. 2023-yil, 1-son , 198-207 betlar.
6. By Samuel Bonaya Buya end Whiteeagle Joshua Daddah. *A_method_of_Finding_Perfect_Euler_Bricks*. 07.01.2017. 1-15.
7. Oliver Knill. *Treasure Hunting Perfect Eyler bricks*. 24.02.2009. 1-5 .
8. Е.А.Горин, *Степени простых чисел в составе пифагоровых троекб Матем*. просв., 2008, выпуск 12. 25.02. 2023 г. 106-107 ст.
9. Ворон А.В. *Способ получения эйлеровых параллелепипедов на основе значений котангенса пифагоровых троек*.24.03.2024).
10. Dickson L.E. *History of the theory of numbers*. Volume II: Diophantine analysis. Chelsea Publishing Co., New York, 1966.
11. Long, Calvin T. *Elementary Introduction to Number Theory*. 2nd ed. – Lexington: D. C. Heath and Company, LCCN 77-171950, 1972. – 46 p.
12. Leech J. *The rational cuboid revisited* // American Mathematical Monthly, 1977. Vol. 84, No. 7.PP. 518–533.

13. Pocklington H.C. *Some Diophantine impossibilities* // Proceedings Cambridge Philosophical Society, 18, 1912, PP. 110–118.
14. Spohn W. *On the integral cuboid* // American Mathematical Monthly, 1972. Vol. 79, No 1. PP. 57–59.
15. Buya S. B. *Simple algebraic profs. of Fermat's last theorem* // Advances in Applied science research, 2017. Vol. 8, No. 3. PP. 60–64.
16. Edgar T. *Euler Bricks* // Mathematics Magazine, 2022. Vol. 95 No. 4. PP. 401–402.