EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

ELLIPTIK TURDAGI TENGLAMA UCHUN TESKARI MASALA YECHIMINING MAVJUDLIGI HAQIDA

Pardayev Toxir [1]
[1] SamDU matematika fakulteti magistri
https://doi.org/10.5281/zenodo.5812955

MAQOLA TARIXI
Qabul qilindi: 10-Dekabr 2021
Ma'qullandi: 15-Dekabr 2021
Chop etildi: 20-Dekabr 2021

KALIT SO'ZLAR
Elliptik turdagi tenglamalar , teskari koeffitsientli masalalar , Gyolder sinfi , Xopf prinsipi, ekstrimum prinsipi .

ANNOTATSIYA

Ushbu ishda elliptik turdagi tenglamalarning o'zgaruvchi koeffitsiyentlarini aniqlashning korrekt qo'yilgan masalasi o'rganildi. Parabolik turdagi tenglamalar uchun bu xildagi masalalar [1] ishda o'rganilgan.

Ko'pchilik amaliy masalalar qo'shimcha shartlar asosida elliptik turdagi tenglamalarning koeffitsiyentlarini aniqlash bilan bog'liq. Bunday masalalarni koeffitsientli teskari masalalar deb aytiladi. Ayrim hollarda bunday masalalar Adamar ma'nosida nokorrekt va nochiziqli bo'ladi.

Chegaralangan D soha E_{n-1} ga tegishli bo'lib, uning chegarasi $C^{2+\lambda}$ sinfga tegishli, bunda λ (0,1) ga tegishli son . T orqali E_n dagi $D\times(-H,0)$ silindirni belgilaymiz . $\Gamma_\tau = D\times\{-\tau\}$ va $\Gamma = \partial T(\Gamma_0 \cup \Gamma_H)$ belgilashlar kiritamiz .

(u,q) funksiyalar juftligini quyidagi shartlar asosida izlaymiz:

Γ da $\triangle u + qu = 0$, $q \geq 0$, $q_{x_n} = 0$, (1)

∂T da $u = g$, Γ_0 da $u_{x_n x_n} = 0$ (2)

v orqali T da $\triangle u = 0$, $\Gamma_H \cup \Gamma$ da v=g , Γ_0 da $v_{x_n} = 0$ masalaning yechimini belgilaymiz.

Teorema. Agar g$\in C^{2+\lambda}(E_n)$ funksiya quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

$g \geq 0$, Γ_0 da $g > 0$, Γ_H da $g = 0$, Γ da $g_{x_n x_n} \leq 0$ (3)

$\partial D\times\{0\}$ da $g_{x_n} = 0$, $\partial D\times\{-H\}$ da $g_{x_n x_n} = 0$

Γ_0 da $\triangle g + v_{x_n x_n} \geq 0$, (4)

EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

Bunda $\Delta' -\ x_1, \ldots, x_{n-1}$ o'zgaruvchilar bo'yicha Laplas operatori bo'lsa,u holda (1), (2) masalaning $C^{2+\lambda}(\bar{T}) \times C^{\nu}(\bar{D})$ sinfga tegishli (u,q) yechimi mavjud. Bundan ν son (0,1) sohadagi son.

Isbot. T da $\triangle u_j + q_{j-1}u_j = 0$ (5)

$\Gamma_H \cup \Gamma$ da $u_j = g$, $\Gamma_0\, da\, u_{jx_n} = 0$, (6)

bunda $q_0, \ldots, q_n, \ldots$ koeffitsientlar

Γ_0 da $q_0 = 0$, $q_j = g^{-1}(\Delta' g + u_{j\,x_n x_n})$, j=1,2, ... (7)

munosabatlardan aniqlanib, T da q_j lar x_n bo'yicha o'zgarmas qilib davom ettirilgan.

Agar $q_j > 0$ bo'lsa, (3) shartdan maksimum qiymati prinsipiga ko'ra (5), (6) masalaning nomanfiy yechimi mavjud bo'lib , $u_j \in C^{2+\lambda}(\bar{T})$, $q_j \geq 0$ shartlar quyida isbotlangan tengsizliklardan kelib chiqadi. j bo'yicha induksiyadan

D da $q_{j-1} \leq\ q_j$, $\bar{T}\ da\ u_{j+1} \leq u_j$ (8)

tengsizliklarni isbotlaymiz.

u_{j+1} bo'yicha tengsizliklardan u_j bo'yicha tengsizlikarni ayirib, Xopf prinsipidan foydalanamiz. Natijada (8) ning ikkinchisi birinchisidan kelib chiqadi.

j=1 uchun (8) ning birinchisi (4) bilan bir xil bo'ladi. j bo'yicha (8) o'rinli bo'ladi. (7) tenglikdan

$\Gamma_0\ da\ q_{j+1} - q_j = g^{-1}(u_{j+1} - u_j)_{x_n x_n}$ (9)

tengliklarni hosil qilamiz. (5) , (6) ni T va Γ da differensiallab , $u_{j\,x_n x_n}$ ni Γ_H da , $u_{j+1 x_n x_n}$ ni Γ_0 da ifodalab, $u_{j\,x_n x_n}$ uchun g o'rniga $g_{x_n x_n}$ bo'lgan chegaraviy masalaga kelamiz. Yana Xopf prinsipiga ko'ra $g_{x_n x_n} \leq 0$ teorema shartidan

T da $u_{j\,x_n x_n} \leq 0$ (10)

kelib chiqadi.

$(u_{j+1})_{x_n x_n}$ tenglamadan $(u_j)_{x_n x_n}$ tenglamani ayirib, $w_j = g^{-1}(u_{j+1} - u_j)_{x_n x_n}$ funksiya uchun o'ng tomoni $(q_{j-1} - q_j)u_{j\,x_n x_n}$ bo'lgan (5) , (6) chegaraviy masalaga kelamiz. Induksiya shartidan $q_{j-1} - q_j \leq 0$ bo'lgani uchun (10) dan tenglama o'ng tomoni nomanfiy bo'ladi. Xopf prinsipiga ko'ra T da $w_j \geq 0$. (9) ga asosan

$q_j \leq q_{j+1}$ kelib chiqadi.

u_j funksiyalar (5) , (6) masala yechimi , $u_{j\,x_n x_n}$ esa (5) , (6) masalaning Γ da g o'rniga $g_{x_n x_n}$ bo'lgan yechimi bo'lganligi uchun ekstrimum prinsipidan

$0 \leq u_j \leq C_1$, $C_2 \leq u_{jx_n x_n} \leq 0$ (11)

bo'ladi , bunda C_1 g ning Γ dagi maksimumi , C_2 esa Γ dagi $g_{x_n x_n}$ ning maksimumi .

(7) , (8) va (11) dan

$0 \leq q_j \leq g^{-1}\Delta' g$

(12) tengsizliklarni hosil qilamiz.

(11) , (12) baholashlardan va 14.1 [2 , 250 bet] teoremadan $|u_j|^{\mu}(T) \leq C_3$ baholash (0,1) oraliqdagi μ uchun o'rinli.

(5) , (6) ni x_n bo'yicha ikki marta differensiallab , g∈ $C^{2+\lambda}$ bo'lgani uchun

$|u_{jx_n x_n}|^{\mu}(T) \leq C_4$ hosil qilamiz. (8) , (11) va (12) larga ko'ra C^{μ} ning C^{ν} ga

$0 < \nu < \mu$ bo'lganda kompakt joylashganligi uchun Shauder baholashlariga ko'ra [2 , 244 bet] u_j $C^{2+\lambda}$ dagi u funksiyaga yaqinlashadi. q_j ketma-ketlik C^{ν} da q ga yaqinlashsin. (5) , (6) va (7) da j→ ∞ da limitga o'tib (1) tenglamani va $\Gamma_H \cup \Gamma$ da u=g ni Γ_0 da u_{x_n}= 0 ni hosil qilamiz. Endi Γ_0 da u=g bo'lishini ko'rsatish yetarli . (7) da limitga o'tamiz.

Γ_0 da $-\Delta' g - u_{x_n x_n} + q \cdot g = o$

Γ_0 da (1) tenglamaning ko'rinishidan D da $\Delta' g + q \cdot g = -\Delta' u + qu$, ∂D da u=g bo'ladi. Oxirgi tenglik Γ da u=g dan uzluksizligi bo'yicha hosil qilinadi. Teorema isbot bo'ldi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Тихонов А.Н. Теоремы единственности для уравнения теплопровоности // Матем.сборник . 1935. Т. 42. N 2.199-211.
2. Ладиженская О.А. Уралъцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М : Наука . 1973. 576 с.
3. Хайдаров А. Один класс обратных задач для эллиптических уравнений // Дифференциалные уравнения. 1987. Т.23. N 7 . С.1376-1383.