EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
IF = 7.899
www.in-academy.uz

DEFINITION OF THE CONCEPT OF THE DERIVATIVE

Kholmurodov Elyor Oryolovich
The teacher of mathematics in Halima Khudoiberdiyeva
https://doi.org/10.5281/zenodo.15730950

ARTICLE INFO

Received: 18th June 2025
Accepted: 23rd June 2025
Online: 24th June 2025

KEYWORDS

Function, argument, increment, delta, initial value of the function, subsequent value of the function, continuous, increment of the argument, increment of the function, limit, derivative, differential.

ABSTRACT

This article presents the concept of the derivative. A clear understanding of the derivative can help any interested reader increase their interest in mathematics, improve their knowledge independently, and develop logical, creative, critical, analytical, positive, and deductive thinking skills.

HOSILA TUSHUNCHASINING TA`RIFI

Xolmurodov Elyor O`rolovich
Halima Xudoyberdiyeva nomidagi ijod maktabi matematika fani o`qituvchisi
https://doi.org/10.5281/zenodo.15730950

ARTICLE INFO

Received: 18th June 2025
Accepted: 23rd June 2025
Online: 24th June 2025

KEYWORDS

Funksiya, argument, orttirma, delta, funksiyaning boshlang`ich qiymati, funksiyaning keying qiymati, uzluksiz, argument orttirmasi, funksiya orttirmasi, limit, hosila, differensial.

ABSTRACT

Bu maqolada hosila tushunchasi keltirilgan. Hosila tushunchasini yaxshi anglay olgan har qanday qiziquvchi kitobxonlarning matematika faniga boʻlgan qiziqishlarini ortirishga, mustaqil ravishda bilim saviyalarini oshirishga va mantiqiy, kreativ, kritik, tanqidiy, pozitiv, deduktiv fikrlashga yordam beradi.

Kirish. ´ (hosila belgisi)

Hosilaning shtrix orqali qisqacha ko`rinishini Jozef Lui Lagranj hosila belgilarini " $\boldsymbol{y'}$, $\boldsymbol{f'(x)}$ " birinchi marta qo`llagan.

Hosilani harf yuqorisiga nuqta qo`yish orqali ifodalash Nyutonning 1691 – yilgi fikri edi.

" $\dot{y}$, $\dot{f}(x)$ "

Funksiyaning ***y=f(x)*** ko`rinishini Leonard Eyler 1734-yilda birinchi bo`lib ishlatgan. Va fanda shu ko`rinishda saqlanib qolgan.

Uzoq vaqtlar matematiklar argumentni qavssiz ishlatib kelishgan: fx, qavslar faqat funksiyada ko`p argument kelgan holdagina ishlatilgan, yana argument qiyin ifodalar bilan ifodalansagina qavslar ishlatilgan. O`sha davrning qoldiq sarqitlarini hali ham ko`rish mumkin. Masalan: sinx, lgx va hokazo. Lekin har doim ham qavs ishlatilishi umumiy qoida bo`lib qolgan.

Matematikada **hosila** tushunchasi **funksiyaning o'zgarish tezligini** ifodalovchi asosiy tushunchalardan biridir. Bu tushuncha asosan **matematik analiz** sohasida, ayniqsa **differensial hisob** bo'limida muhim o'rin tutadi.Hosila, biror funksiyaning o'zgarishini tahlil qilish va uning o'zgarish tezligini o'lchash uchun ishlatiladi.

Asosiy qism. Hosila tushunchasining ta'rifi

y=f(x) funksiya berilgan bo`lsin. Argument $x$ ning ikkita ixtiyoriy qiymatini olamiz; ulardan birini argumentning oldingi yoki boshlang`ich qiymati deymiz va uni hech qanday belgisiz x harfi bilan belgilaymiz, ikkinchisini argumentning keyingi qiymati deymiz va x_1 harfi bilan belgilaymiz.

Argumentning keying qiymati bilan oldingi qiymati orasidagi ayirma argumentning orttirmasi deyiladi va Δx simvoli bilan belgilanadi. $x_1 - x = \Delta x \quad \rightarrow \quad x_1 = x + \Delta x$

Eslatma. $\boldsymbol{x}$ ning o`rniga ba`zi adabiyotlarda $\boldsymbol{x_0}$ (iks nalivoy) ham ishlatiladi. Biz bu maqolada shunchaki $\boldsymbol{x}$ ning o`zidan foydalandik.

Δ (grekcha "del`ta" harfi) va $x$ harfidan iborat bu $\Delta x$ simvol ko`paytma emas bu ikki harf o`rtasida hech qanday amal belgisi yo`q.

y=f(x) - funksiyaning boshlang`ich qiymati.

$\boldsymbol{y_1 = f(x_1)}$ ***yoki*** $\boldsymbol{y_1 = f(x + \Delta x)}$ **-** funksiyaning keying qiymati.

Funksiyaning keyingi qiymati bilan boshlang`ich qiymati orasidagi ayirma funksiyaning orttirmasi deyiladi; funksiyaning orttirmasi Δy simvoli bilan belgilanadi.

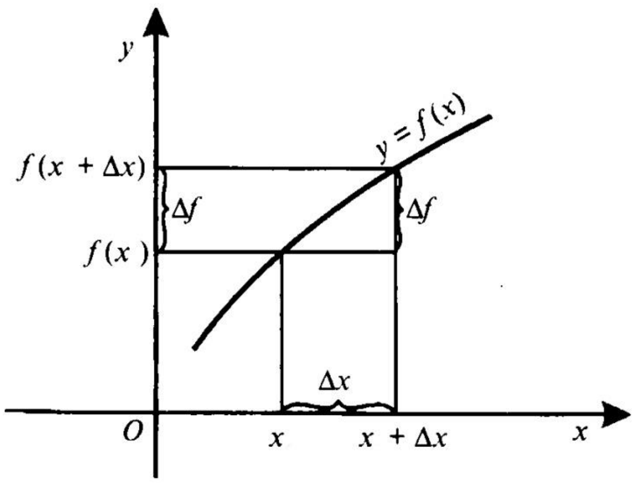
$$\Delta y = y_1 - y \quad \rightarrow \quad y_1 = y + \Delta y$$

$$\begin{array}{r} y + \Delta y = f(x + \Delta x) \\ - \qquad y = f(x) \\ \hline y + \Delta y - y = f(x + \Delta x) - f(x) \end{array}$$

$$\rightarrow \qquad \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ - funksiya orttirmasi

$\Delta x = x_1 - x$ - argument orttirmasi



Ushbu chizmadan ko`rinib turibdiki: funksiya orttirmasi, argument orttirmasi

$\Delta x + x = x_1$ $ga\ \ teng$

$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta y = \Delta f$

$ga\ \ teng$

Izoh. Δx orttirmaning darajasini $(\Delta x)^3$ yoki oddiygina Δx^3 kabi yozish mumkin, bunda daraja ko`rsatkichi 3 ning x ga emas, Δx ga tegishli ekanini esda tutish lozim.

$[a; b]$ kesmada uzluksiz bo`lgan biror ***y=f(x)*** funksiyani va istalgan chekli kesmada uzluksiz bo`lgan, masalan $y = x^2$ funksiyani olamiz. Bu ikki funksiyani bir vaqtda qaraymiz. x argumentga Δx orttirma beramiz, u holda argumentning yangi qiymati $x + \Delta x$ bo`ladi; ikkala funksiya Δy orttirma oladi.

$$\begin{array}{l} y + \Delta y = f(x + \Delta x) \\ - \quad y = f(x) \\ \hline \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) \end{array} \qquad \begin{array}{l} y + \Delta y = (x + \Delta x)^2 \\ - \quad y = x^2 \\ \hline \Delta y = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + \Delta x^2 \end{array}$$

Hosil bo`lgan tengliklarning ikkala qismini argument orttirmasi $\Delta x$ ga bo`lamiz.

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$; (1) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = (2x + \Delta x)$; (2)

$\Delta x \to 0$ da hosil bo`lgan nisbatning limitini topamiz.

Umumiy holda ***funksiya limiti*** tushunchasiga quyidagicha yondashiladi:

x≠a bo‘lib, uning qiymatlari *a* soniga yaqinlashsa, *f*(*x*) ning mos qiymatlari *A* soniga *yaqinlashsin.* Bu holda *A* sonni *x* *a* ga *yaqinlashganda f*(*x*) funksiyaning *limiti* deyiladi va bunday belgilanadi:

$$\lim_{x\to a} f(x) = A$$

Ayrim hollarda mazkur holatni *x* ning qiymatlari *a* ga *intilganda f*(*x*) funksiya *A* ga *intiladi,* deymiz.

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ yozuv o`rniga $x \to a$ da $f(x) \to A$ yozuv ham qo`llaniladi.

Eslatma. x ning qiymati a ga *intilganda* $x \neq a$ sharti bajarilishining muhimligini aytib o'tish joiz.

$$\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \qquad (1)$$

$$\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} (2x+\Delta x) = 2x \qquad (2)$$

(1) $funksiyadan\ hisoblash\ mumkin$

$y' = y'_x = f'(x) = \lim\limits_{\Delta x\to o} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = \lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ bu tengliklar hammasi bir ma`noni anglatadi,ya`ni $y = f(x)$ funksiyadan x $argument$ bo`yicha olingan **hosila**.

Ta'rif. *Funksiyani* x *nuqtadagi orttirmasi* Δy *ning argument orttirmasi* Δx *ga nisbatining* Δx *nolga intilgandagi limiti* $y = f(x)$ *funksiyaning* x *nuqtadagi hosilasi deb ataladi.*

Xulosa: Berilgan $y = f(x)$ funksiyaning x $argument$ bo`yicha olingan hosilasi deb funksiya orttirmasi Δy ning argument orttirmasi Δx ga nisbatining argument orttirmasi u bilan birga funksiya orttirmasi Δy ning ham nolga intilgandagi **limitiga** aytiladi.

Hosila quyidagi $y' = y'_x = f'(x)$ (**Lagranj**) taklif qilgan

$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$ (**Leybnis**) taklif qilgan

$Dy = Df$ (**Koshi**) taklif qilgan

belgilar yordamida ham yoziladi.

O`qilishi: $y = f(x)$ funksiyaning hosilasi quyidagicha simvollardan biri bilan belgilanadi.

y' ("y funksiyaning hosilasi" yoki "igrek shtrix" deb o`qiladi)

$f'(x)$ ("$f(x)$ funksiyaning hosilasi" yoki "ef shtrix iks" deb o`qiladi)

$\frac{dy}{dx}$ ("de igrek de iks bo`yicha" deb o`qiladi)

(2) $funksiyadan\ hisoblash\ mumkin$ $\quad y = x^2 \quad \to \quad y' = 2x$

Yuqoridagi shu nisbatlarda (1), (2) larning **limiti** mavjud bo`lsa, u hosila deyiladi; agar limit mavjud bo`lmasa, hosila ham bo`lmaydi.

Berilgan funksiyadan **hosila** topish shu funksiyani **differensiallash** deyiladi. Funksiyani differensiallashni umumiy qoidasi.

1. x argumentga Δx orttirma beramiz, u holda y funksiya mos holda Δy orttirma oladi; argumentning yangi $x + \Delta x$ qiymatiga mos holda funksiyaning yangi qiymati $y + \Delta y$ ni topamiz.
2. Funksiyaning yangi qiymatidan berilgan qiymatini ayirib, funksiyaning Δy orttirmasini aniqlaymiz.
3. Funksiyaning Δy orttirmasini argumentning orttirmasi Δx ga bo`lib, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatni hosil qilamiz.
4. Hosil qilingan nisbatning $\Delta x \to 0$ dagi limitini topamiz.

Hosila uch xil ma`noga ega.

1. Analitik ma`no: ya`ni funksiya orttirmasini argument orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgan holdagi limiti.

2. Mexanik ma`no: differensiallanuvchi funksiya bilan ifodalanuvchi prosessining tezligi.
3. Geometrik ma`no: berilgan funksiya grafigining istalgan nuqtasidagi urinmaning $Ox$ o`qning musbat yo`nalishi bilan hosil qilgan og`ish burchagining tangensi.

Umuman aytganda, ***hosila funksiyaning o'zgarish tezligidir***.

References:

1. http://www.kompy.info
2. http://pedagoglar.org
3. Algebra va analiz asoslari 11-sinf. M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismailov, A.Q. Amanov.Toshkent 2018
4. F. R. USMONOV, R. D. ISOMOV, B. O. XO'JAYEV . MATEMATIKADAN QO'LLANMA. Toshkent «Yangi asr avlodi»2006