



MATHEMATICAL MODEL FOR NUMERICAL STUDIES OF TORSIONAL VIBRATIONS OF FIVE-MASS CENTRIFUGAL OIL FILTER SYSTEM OF DIESEL LOCOMOTIVES

Kasimov Obidzhon Toirdzhonovich¹
Keldibekov Zokirbek Olloberdievich²

¹candidate of technical sciences, associate professor of the Department of "Locomotives and locomotive equipment",
²assistant of the Department of "Locomotives and locomotive equipment", State Transport University, Uzbekistan, Tashkent
<https://doi.org/10.5281/zenodo.17292524>

ARTICLE INFO

Received: 01st October 2025
Accepted: 07th October 2025
Online: 08th October 2025

KEYWORDS

Diesel engines of diesel locomotives, diesel oil system, centrifugal oil filter of a diesel locomotive, mathematical model for simulating the operation of a centrifugal oil filter of a diesel locomotive, algorithm, program for the MATHCAD 15 programming environment.

ABSTRACT

The article presents a mathematical model, algorithm and results of a numerical study of torsional vibrations of parts of a centrifugal oil filter of diesel locomotives in the form of a discrete five-mass system, numerical studies were carried out in the MATHCAD 15 programming environment.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЯТИМАССОВОЙ СИСТЕМЫ ЦЕНТРОБЕЖНОГО МАСЛЯНОГО ФИЛЬТРА ДИЗЕЛЕЙ ТЕПЛОВЗОВ

Касимов Обиджон Тоирджонович¹
Келдибеков Зокирбек Оллобердиевич²

¹ доктор (PhD) технических наук, доцент кафедры "Локомотивы и локомотивное хозяйство",

² ассистент кафедры "Локомотивы и локомотивное хозяйство", Ташкентский государственный транспортный университет, Узбекистан, Ташкент

<https://doi.org/10.5281/zenodo.17292524>

ARTICLE INFO

Received: 01st October 2025
Accepted: 07th October 2025
Online: 08th October 2025

KEYWORDS

Дизельные двигатели локомотивов, дизельная масляная система, центробежный масляный фильтр дизеля тепловоза,

ABSTRACT

В статье представлена математическая модель, алгоритм и результаты численного исследования крутильных колебаний деталей центробежного масляного фильтра дизелей тепловозов в виде дискретной пятимассовой системы, численные исследования проведены в среде программирования MATHCAD 15.



математическая модель для моделирования крутильных колебаний деталей центробежного масляного фильтра дизеля тепловоза, алгоритм, программа для среды программирования MATHCAD 15.

При решении проблемы обеспечения надёжной работы дизелей тепловозов большое значение имеет модернизация конструкций масляных механических фильтров для очистки масла в дизелях тепловозов, эксплуатирующихся на АО «Узбекистон темир йуллари».

Наиболее важной с точки зрения ресурса работы дизельных двигателей, является система смазки, при этом одним из главных её составляющих являются масляные фильтры, которые очищают смазку от загрязнений, что предотвращает преждевременный износ и повреждение двигателя [1÷2]. От чистоты смазочного масла зависит интенсивность износа любой рабочей поверхности в системе.

Наибольший эффект очистки масла в масляной системе дизеля тепловоза достигается посредством применения центробежных фильтров. Центробежные аппараты обеспечивают достаточную тонкость очистки масла и возможность их неоднократного применения [2].

Расчёт центробежного фильтра очистки масла включает определение площади фильтрующего элемента. Для этого используют следующие параметры: динамическую вязкость масла, перепад давлений на входе и выходе фильтра, коэффициент, зависящий от типа фильтрующего элемента [1]. Также при расчёте учитывают число осветления, которое характеризует способность центрифуги полностью очищать жидкость за определённый момент времени. Зная значение числа осветления и средние размеры частиц примесей в масле, можно определить оптимальное количество оборотов ротора центрифуги для получения большего эффекта при очистке [2].

Выберем математическую модель на основании [3, с.111-115] в виде крутильных колебаний приведенного вала центрифуги с пятью массами – дисками в виде корпуса и сетчатых цилиндрических фильтров, закрепленных жестко с на вале центрифуги центробежного масляного фильтра, базирующаяся на методе Гаусса и методе итераций. На рисунке 1 представлена расчетная схема для моделирования крутильных колебаний пятимассовой системы центробежного масляного фильтра дизеля тепловоза.

Обозначим моменты инерции дисков (корпуса и сетчатых цилиндрических фильтров) относительно оси $O-O$ вала центрифуги центробежного масляного фильтра через I_i [$\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$], где $i = 1, 2, 3, 4, 5$, и погонную жесткость на кручение участков вала центрифуги между двумя последовательными дисками через C_i , где $i = 1, 2, 3, 4$, причем

$$C_i = \frac{G \cdot I_p}{\ell_i} [\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2], \quad (1)$$

где G – модуль сдвига; I_p – полярный момент поперечного сечения вала, постоянный по все его длине; ℓ_i – длина соответствующего участка вала центрифуги. Пренебрегая массой вала, получим систему с пятью степенями свободы. Деформированная конфигурация такой системы может быть определена угловыми отклонениями θ_i дисков от положения равновесия вала центрифуги, в котором участки вала между дисками не закручены. Эти угловые отклонения обычно принимают за обобщенные координаты системы θ_i [5].

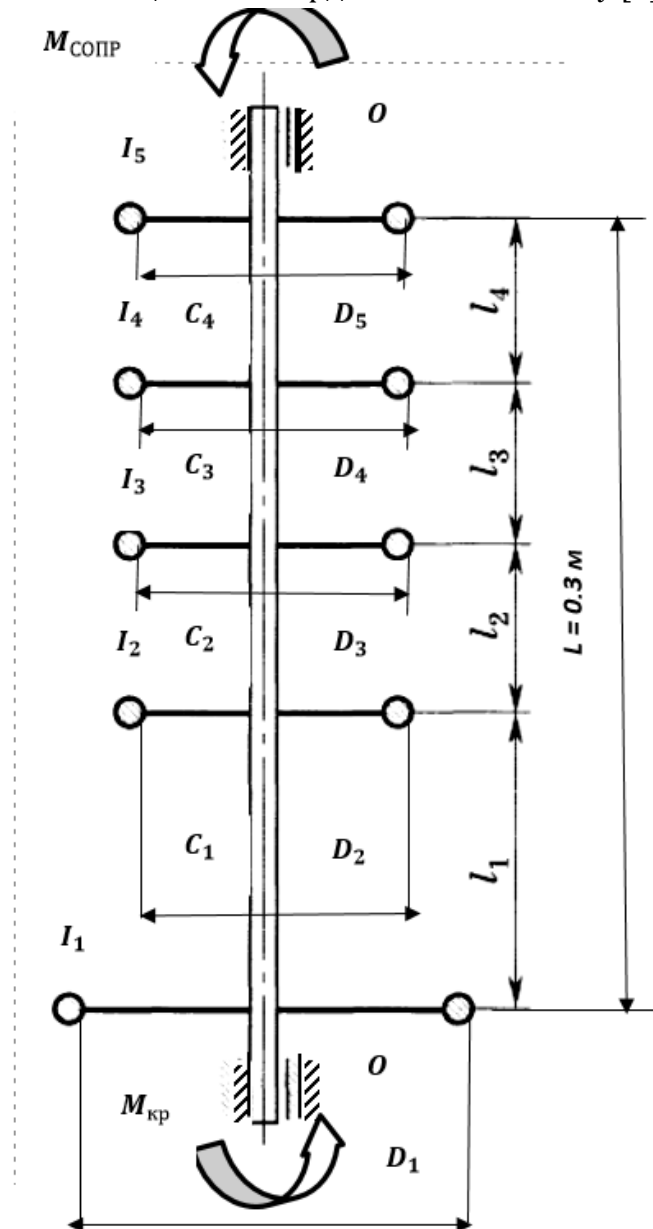


Рисунок 1. Расчетная схема для моделирования крутильных колебаний пятимассовой системы центробежного масляного фильтра дизельного тепловоза.

Расчет крутильных колебаний вала центрифуги центробежного масляного фильтра в виде пятимассовой системы с кусочно-непрерывным распределением



массы по длине можно представить в матричной форме с помощью матриц сосредоточенных масс и «матриц перехода» для участков стержня [4÷5].

Проведем обоснование модели крутильных колебаний масс вала центрифуги центробежного масляного фильтра тепловозного дизеля в виде дискретной пятимассовой системы. Когда система совершает малые свободные колебания, можно считать, что к ней в качестве внешних сил приложены обобщенные силы инерции P_i , которые можно вычислить по формуле [3, с. 108]

$$P_i = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right), \text{ где } i = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

Согласно принципу Даламбера во время движения эти силы вместе с упругими восстанавливающими силами удовлетворяют условиям равновесия. При этом уравнения Лагранжа для малых колебаний можно записать следующим образом [3] в виде условий равновесия для данной системы

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) + \left[\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_i} \right] = \frac{\partial A}{\partial \theta_i} \right], \text{ где } i = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

Уравнение Лагранжа по каждой i -координате θ_i для описания крутильных колебаний каждой i -массы данной дискретной пятимассовой системы для вала центрифуги масляного фильтра дизеля тепловоза можно записать в виде [3]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right] + \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_i} = \frac{\partial A}{\partial \theta_i}, \quad (3)$$

При этом кинетическая энергия системы в обобщенных координатах θ_i представится выражением

$$T = \frac{1}{2} \left(I_1 \dot{\theta}_1^2 + I_2 \dot{\theta}_2^2 + I_3 \dot{\theta}_3^2 + I_4 \dot{\theta}_4^2 + I_5 \dot{\theta}_5^2 \right). \quad (4)$$

Потенциальная энергия для данной системы будет вычисляться по формуле

$$\Pi = \frac{1}{2} \left(C_1 (\theta_1 - \theta_2)^2 + C_2 (\theta_2 - \theta_3)^2 + C_3 (\theta_3 - \theta_4)^2 + C_4 (\theta_4 - \theta_5)^2 \right). \quad (5)$$

Работа внешних сил (крутящего момента и момента сопротивления в системе) представится выражением

$$dA = (M_{кр} - M_{сопр}) \cdot \delta\theta_1 + (M_{кр} - M_2) \delta\theta_2 + (M_{кр} - M_3) \delta\theta_3 + (M_{кр} - M_4) \delta\theta_4 + (M_{кр} - M_5) \delta\theta_5. \quad (6)$$

Подставив уравнения (4), (5) и (6) в уравнение (3), получим уравнения для крутильных колебаний каждой i -массы данной дискретной пятимассовой системы для вала центрифуги масляного фильтра дизеля тепловоза в виде [3]

$$\text{по } \theta_1: I_1 \ddot{\theta}_1 + C_1 (\theta_1 - \theta_2) = M_{кр} - M_{сопр}, \quad (7)$$

$$\text{по } \theta_2: I_2 \ddot{\theta}_2 + C_1 (\theta_1 - \theta_2) + C_2 (\theta_2 - \theta_3) = M_{кр} - M_2, \quad (8)$$

$$\text{по } \theta_3: I_3 \ddot{\theta}_3 + C_2 (\theta_2 - \theta_3) + C_3 (\theta_3 - \theta_4) = M_{кр} - M_3, \quad (9)$$

$$\text{по } \theta_4: I_4 \ddot{\theta}_4 + C_3 (\theta_3 - \theta_4) + C_4 (\theta_4 - \theta_5) = M_{кр} - M_4, \quad (10)$$

$$\text{по } \theta_5: I_5 \ddot{\theta}_5 + C_4 (\theta_4 - \theta_5) = M_{кр} - M_5. \quad (11)$$

Решения полученной системы дифференциальных уравнений второго порядка (7)÷(11) учитывают составляющие от решений:

- системы однородных уравнений, когда $M_i = 0$ и $\dot{\theta}_0(t) = 0$;
- системы с переменным вращением, когда $\dot{\theta}_0(t) \neq 0$;
- когда действуют на систему переменные нагрузки $M_i(t) \neq 0$.



Первый вариант решения системы дифференциальных уравнений второго порядка (7)÷(11) выполнили для условий неравномерного вращения вала центрифуги масляного фильтра дизеля тепловоза

$$\theta_0(t) = \bar{\theta}_0 \cos(\omega \cdot t), \quad (12)$$

где $\bar{\theta}_0$ - амплитуда ускорений круговой частоты вала центрифуги ω .

Решение системы выполнили в виде функций

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= \bar{\theta}_1 \cos(\omega \cdot t), \quad \theta_2(t) = \bar{\theta}_2 \cos(\omega \cdot t), \\ \theta_3(t) &= \bar{\theta}_3 \cos(\omega \cdot t), \quad \theta_4(t) = \bar{\theta}_4 \cos(\omega \cdot t), \\ \theta_5(t) &= \bar{\varphi}_5 \cos(\omega \cdot t), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\bar{\theta}_i$ - амплитуды колебаний пяти масс модели масляного фильтра дизеля тепловоза по рисунку 1.

После подстановки производных по времени от (13) в систему дифференциальных уравнений второго порядка (7)÷(11) получили систему алгебраических уравнений для определения амплитуд $\bar{\theta}_i$

$$-\omega^2 I_1 \bar{\theta}_1 + C_1 \cdot (\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2) = \frac{M_{кр} - M_{сопп}}{\cos(\omega \cdot t)}, \quad (14)$$

$$-\omega^2 I_2 \bar{\theta}_2 + C_1 \cdot (\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2) + C_2 \cdot (\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_3) = \frac{M_{кр} - M_2}{\cos(\omega \cdot t)}, \quad (15)$$

$$-\omega^2 I_3 \bar{\theta}_3 + C_2 \cdot (\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_3) + C_3 \cdot (\bar{\theta}_3 - \bar{\theta}_4) = \frac{M_{кр} - M_3}{\cos(\omega \cdot t)}, \quad (16)$$

$$-\omega^2 I_4 \bar{\theta}_4 + C_3 \cdot (\bar{\theta}_3 - \bar{\theta}_4) + C_4 \cdot (\bar{\theta}_4 - \bar{\theta}_5) = \frac{M_{кр} - M_4}{\cos(\omega \cdot t)}, \quad (17)$$

$$-\omega^2 I_5 \bar{\theta}_5 + C_4 \cdot (\bar{\theta}_4 - \bar{\theta}_5) = \frac{M_{кр} - M_5}{\cos(\omega \cdot t)}. \quad (18)$$

Ввели обозначения коэффициентов A_{ij} и B_j для $\bar{\theta}_i$ в систему алгебраических уравнений (14)÷(18):

$$A_{11} \bar{\theta}_1 + A_{12} \bar{\theta}_2 + A_{13} \bar{\theta}_3 + A_{14} \bar{\theta}_4 + A_{15} \bar{\theta}_5 = B_1, \quad (19)$$

$$A_{21} \bar{\theta}_1 + A_{22} \bar{\theta}_2 + A_{23} \bar{\theta}_3 + A_{24} \bar{\theta}_4 + A_{25} \bar{\theta}_5 = B_2, \quad (20)$$

$$A_{31} \bar{\theta}_1 + A_{32} \bar{\theta}_2 + A_{33} \bar{\theta}_3 + A_{34} \bar{\theta}_4 + A_{35} \bar{\theta}_5 = B_3, \quad (21)$$

$$A_{41} \bar{\theta}_1 + A_{42} \bar{\theta}_2 + A_{43} \bar{\theta}_3 + A_{44} \bar{\theta}_4 + A_{45} \bar{\theta}_5 = B_4, \quad (22)$$

$$A_{51} \bar{\theta}_1 + A_{52} \bar{\theta}_2 + A_{53} \bar{\theta}_3 + A_{54} \bar{\theta}_4 + A_{55} \bar{\theta}_5 = B_5. \quad (23)$$

Эта система уравнений (19)÷(23) может быть решена численными методами в среде программирования MATHCAD 15 с применением метода Гаусса и метода итераций [4÷5].

В результате данная статья является логическим продолжением статей [6÷7], в которых последовательно были разработаны методика расчета масляного фильтра дизеля тепловоза и предложены новые формулы по расчету данного фильтра в квазистатике. При этом в данной статье построена математическая модель для численного исследования динамических параметров при крутильных колебаниях пятимассовой колебательной системы для условий неравномерного вращения вала центрифуги масляного фильтра.



References:

1. Теория и конструкция локомотивов: Учебник для вузов ж.-д. транспорта / Г.С. Михальченко, В.Н. Кашников, В.С. Коссов, В.А. Симонов; под ред. Г.С. Михальченко. - М.: Маршрут, 2006. - 584 с.
2. Овчаренко С. М. Моделирование работы и оценка эффективности систем очистки моторного масла различных серий тепловозов. / С. М. Овчаренко // Вестник РГУПС / Ростовский гос. ун-т путей сообщения. - Ростов-на-Дону, 2006. - № 1. - С. 21 - 27.
3. Бабаков И.М. Теория колебаний.- 4-е изд.,испр. М.: Дрофа, 2004.-591 с.
4. Khromova G., Kamalov I. and Makhamadalieva M. Development of a methodology for solving the equations of bending vibrations of the hydro friction damper of the electric train of disk type. *AIP Conference Proceedings*, 2656(1) (2022). <https://doi.org/10.1063/5.0108814>
5. Khromova G., Makhamadalieva M. and Khromov S. Generalized dynamic model of hydrodynamic vibration dampener subject to viscous damping. *E3S Web of Conferences, EDP Sciences* 264 (2021), 05029. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126405029>
6. Касимов О.Т., Келдибеков З.О. Методика расчета масляного фильтра дизеля тепловоза. // Eurasian Journal of mathematical theory and computer sciences. / Innovative Academy Research Support Center. Volume 5, Issue 6, June 2025. – P.17-21. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15706545>
7. Касимов О.Т., Келдибеков З.О. Математическая модель для моделирования работы центробежного масляного фильтра дизеля тепловоза. // Eurasian Journal of Academic Research. / Innovative Academy Research Support Center. Volume 5, Issue 8, August 2025. – P.82-88. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17035659>