EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

DIFFERENTIAL GAME WITH THE PARTICIPATION OF MULTIPLE RUNNERS AND RUNNERS

Kurbanov Akmal Abdumutolib o'g'li[1]
[1] ado19920200@mail.ru
Assistant of Tashkent State Technical University named after I.Karimov,
Scientific adviser - Mamatov Mashrabjon Shahobuddinovich
Tashkent, Uzbekistan
https://doi.org/10.5281/zenodo.4936829

ARTICLE INFO

Received: 01st June 2021
Accepted: 05th June 2021
Online: 10th June 2021

KEY WORDS

Graph, ends, edges, grid graph, differential game, optimal strategy.

ABSTRACT

This differential game is played with four chasers and one runner with opposite goals. The games on the graph are defined in pairs and at the end of the graph. The ends of the graph are called the positions of the players in the game, and its arcs are called the walks of the game. If graph G and and games are given, then it is said that there is an arc in the graph and there is a walk from game to game. The game process is as follows: Players take turns walking in the game. Performs all available moves in the game. If this is not possible, the player who needs to walk will lose the game. The process does not change in the graph as the game progresses, only the ends change during the game. In this case, it is convenient to replace the players with chips.

KO'P QUVUVCHILAR VA QOCHUVCHI ISHTIROKIDA DIFFERENSIAL O'YIN

Kurbanov Akmal Abdumutolib o'g'li[1]
[1] ado19920200@mail.ru
I.Karimov nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti assistenti,
Ilmiy rahbar-Mamatov Mashrabjon Shahobuddinovich
Toshkent, O'zbekiston

MAQOLA TARIXI

Qabul qilindi: 01-iyun 2021
Ma'qullandi: 05-iyun2021
Chop etildi: 10-iyun 2021

KALIT SO'ZLAR

Graf, uchlar, qirralar, katakli graf, differensial o'yin, optimal strategiya.

ANNOTATSIYA

Ushbu differensial o'yin qarama-qarshi maqsadlarni ko'zlovchi to'rt quvuvchi va bitta quchuvchi ishtirokida qaralgan. Graf ustida o'yinlar $A=(G,u)$ juftlik G grafda va grafning u uchida aniqlangan. Grafning uchlari A o'yinda o'yinchilarning o'rnashish joylari, uning yoylari esa A o'yinda yurishlari deyiladi. Agar G graf va $A=(G,u)$ va $B=(G,v)$ o'yinlar berilgan bo'lsa, u holda grafda uv yoy mavjud va A o'yindan B o'yinga yurish mavjud deyiladi. O'yin jarayoni ushbu tartibda olib boriladi: O'yinchilar o'yinda navbati bilan yurishlarni amalga oshiradi. O'yinda A o'yindagi mavjud barcha yurishlarni amalga oshiradi. Agar buning iloji bo'lmasa yurish qilish kerak bo'lgan o'yinchi o'yinda mag'lub bo'ladi. O'yin borayotgan grafda

EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

jarayon o'zgarmaydi, faqatgina o'yin paytidagi uchlar o'zgaradi. Bunda esa o'yinchilarni fishkalar bilan almashtirish qulay hisoblanadi.

Masalaning qo'yilishi

Tomoni 1 ga teng kvadratlardan tashkil topgan katakli G graf qirralari ustida harakatlanuvchi $P_i,\ i=1,2,3,4$ va E nuqtalar ishtirokidagi differensial o'yinni qaraymiz. Odatda P_i-lar quvuvchi nuqtalar, E -esa qochuvchi nuqta deb nomlanadi.

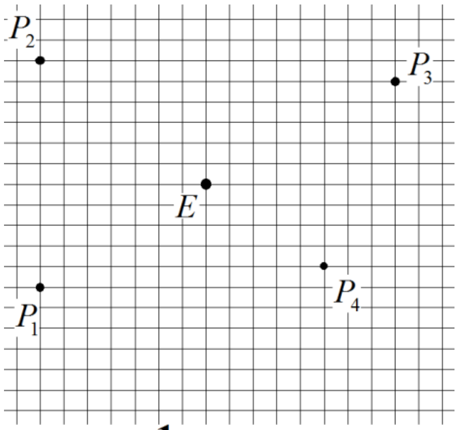
Quyida keltirilgan qonuniyat bilan harakatlanuvchi quvuvchi nuqtalarning maqsadi qandaydir $i=i_0$ va $t=t_1$ da $x_{i_0}(t_1)=y(t_1)$ shartga erishish ya'ni qochuvchini tutish, qochuvchining maqsadi aksincha, bunday bo'lishga yo'l qo'ymaslik. Bizning maqsadimiz quyida berilgan qonuniyatlar bilan harakatlanuvchi quvuvchilar qurshovida turgan qochuvchining maksimal qochib yura olish sohasini aniqlashdan iborat.

$$\dot{x}_i=u_i,\ \ u_i\in P=\left\{\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-2\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}\right\},\ \ x_i(0)=x_i^0,|u_i|=2,$$

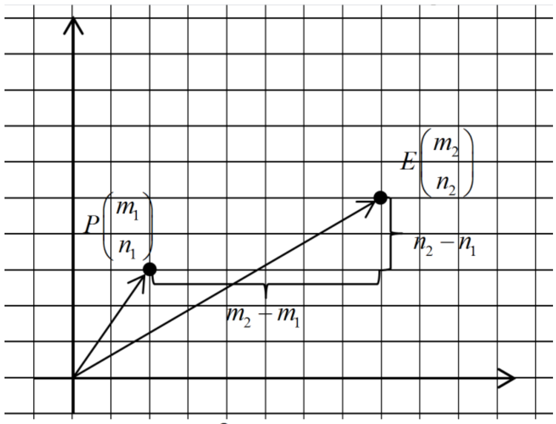
$$\dot{y}=v,\ \ v\in Q=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\right\},\ \ y(0)=y^0,|v|=1.$$

Olingan natijalar, teorema va isbotlar

Aytaylik quvuvchilar qochuvchini quyidagi tartibda qurshab turgan bo'lsin (1-rasm).



1-rasm



2-rasm

Ushbu holatda qochuvchi maksimal qochib bora olishi mumkin bo'lgan qavariq ko'pburchak qanday bo'lishi mumkin degan savolga javob beramiz. Biz ushbu savolga javob berish uchun bitta quvuvchi va bitta qochuvchi ishtirokidagi o'yinni qaraymiz va natijasini to'rtta quvuvchi va bitta qochuvchi ishtirokidagi o'yinga tadbiq etamiz. Aytaylik quvuvchi nuqtamizni koordinatasi $P\begin{pmatrix} m_1 \\ n_1 \end{pmatrix}$ va qochuvchi nuqtamizni koordinatalari esa $E\begin{pmatrix} m_2 \\ n_2 \end{pmatrix}$ bo'lsin (2-rasm). Quvuvchining tezligi $|u| = 2$ qochuvchiniki esa $|v| = 1$ ga teng. Fizika fanidan bizga ma'lumki A nuqtada turgan ob'yekt v_1 tezlik bilan harakatlanib o'zi bilan bir hil yo'nalishda v_2 tezlik bilan harakatlanayotgan B ob'yektni qancha vaqtda quvib yetish vaqti $t_{\max} = \dfrac{S}{v_1 - v_2}$ formula bilan topiladi. Demak bizning o'ynimizga ko'ra qochuvchi $t_{\max} = \dfrac{(m_2 - m_1) + (n_2 - n_1)}{|u| - |v|}$ vaqt qochuvchiga tomon harakatlanmasdan qochib yura olishi mumkin ekanligini ko'rsatadi. U holda E qochuvchi o'zi turgan nuqtadan

$$U_1 = \left\{ E_1\begin{pmatrix} m_2 + t_{\max} \\ n_2 \end{pmatrix}, E_2\begin{pmatrix} m_2 + t_{\max} - 1 \\ n_2 + 1 \end{pmatrix}, E_3\begin{pmatrix} m_2 + t_{\max} - 2 \\ n_2 + 2 \end{pmatrix}, \dots, E_{t_{\max}+1}\begin{pmatrix} m_2 \\ n_2 + t_{\max} \end{pmatrix} \right\},$$

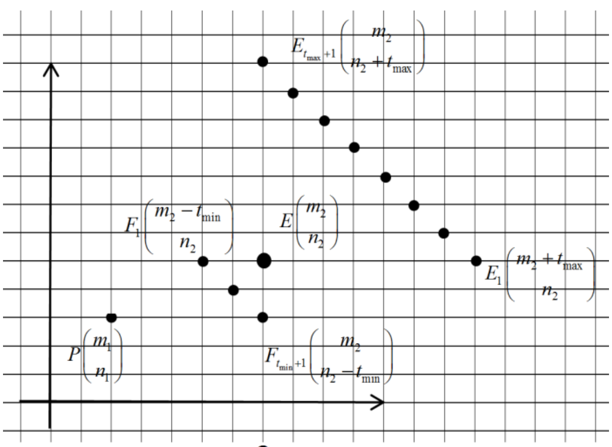
$$U_1=\left\{E_j\begin{pmatrix} m_2+t_{\max}-i \\ n_2+i\end{pmatrix}\middle| \, i=\overline{0,t_1};\; j=1,\overline{(t_{\max}+1)}\right\}$$

nuqtalar to'plamigacha maksimal qochib yura olishi mumkin ekan. Lekin qochuvchi quvuvchiqa qarama-qarshi tomonga emas balki u tomonga ham bir necha bor harakatlanib ham qandaydur nuqtalargacha ham harakatlanib qochib yura olishi mumkin. Qochuvchining quvuvchiga tomomn ko'pi bilan qochib yura olish vaqtini topsak $t_{\min}=\dfrac{(m_2-m_1)+(n_2-n_1)}{|u|+|v|}$ ga teng bo'ladi. Demak qochuvchining $t_{\min}$ vaqtdan foydalanib maksimal yetib bora olishi mumkin bo'lgan U_2 nuqtalar to'plami quyidagicha bo'ladi.

$$U_2=\left\{F_1\begin{pmatrix} m_2-t_{\min} \\ n_2\end{pmatrix}, F_2\begin{pmatrix} m_2-t_{\min}-1 \\ n_2-1\end{pmatrix}, F_3\begin{pmatrix} m_2-t_{\min}-2 \\ n_2-2\end{pmatrix}, \ldots, \mathrm{F}_{t_{\min}+1}\begin{pmatrix} m_2 \\ n_2-t_{\min}\end{pmatrix}\right\},$$

$$U_2=\left\{F_j\begin{pmatrix} m_2-t_{\min}+i \\ n_2-i\end{pmatrix}\middle| \, i=\overline{0,t_{\min}},\; j=\overline{1,t_{\min}+1}\right\}.$$

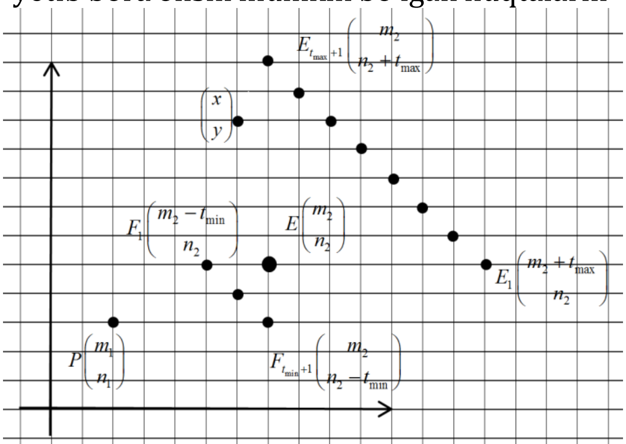
Demak qochuvchining maksimal va minimal qochib borishi mumkin bo'lgan E_i va F_i nuqtalarning geometrik o'rinlari 3a-



3a-rasm

rasmda ko'rsatilganidek bo'lar ekan.

Endi esa biz qochuvchining qanchadur vaqt quvuvchi tomonga qanchadur vaqt esa quvuvchiga qarama-qarshi harakati davomida maksimal yetib bora olishi mumkin bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rnini aniqlashga harakat qilamiz ya'ni F_1 va $E_{t_{\max}+1}$ nuqtalarning orasida maksimal yetib bora olishi mumkin bo'lgan nuqtalarni



3b-rasm

aniqlaymiz. Aytaylik qochuvchi aralash harakati davomida F_1 va $E_{t_{\max}+1}$ nuqtalar orasidagi qandaydur $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ koordinatali nuqtada qo'lga tushdi deylik (3b-rasm). U holda qochuvchining shu nuqtagacha yetib borguncha bosib o'tgan yo'li quvuvchining bosib o'tgan yo'lidan ikki martta kichik bo'ladi ya'ni ushbu tenglik $2\left(|y-n_2|+|m_2-x|\right)=|y-n_1|+|x-m_1|$ tenglikdagi modullarni quyidagicha ochishimiz mumkin.

$$2\left(y-n_2+m_2-x\right)=y-n_1+x-m_1$$

$$y=2n_2-2m_2+3x-n_1-m_1$$

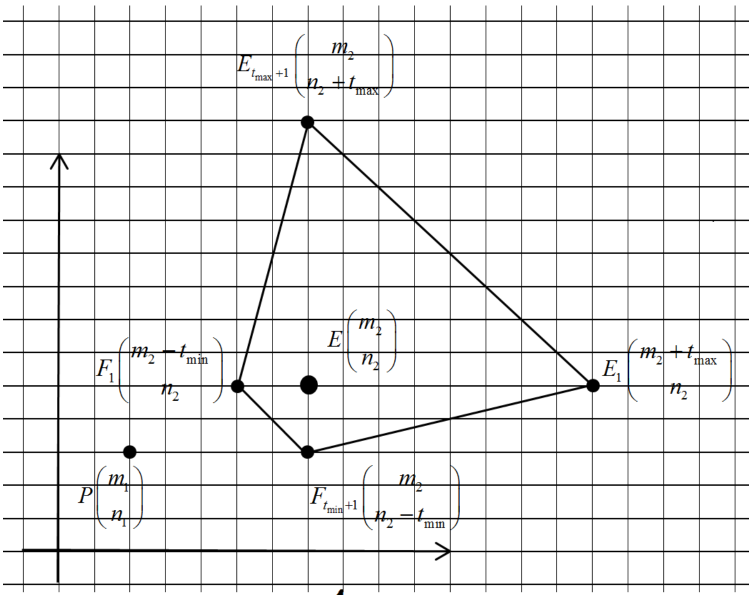
$$y=3x+2\left(n_2-m_2\right)-\left(n_1+m_1\right) \qquad (1)$$

Ohirgi tenglikdan ko'rinib turibdiki qochuvchining aralash harakatlari natijasida qo'lga olinishi mumkin bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni

o'rinli bo'ladi. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ koordinatali nuqtaning joylashuv o'rniga qarab bemalol $x>m_1,\ x<m_2$ va $y>m_1,\ y>m_2$ aytishimiz mumkin. U holda

$$2\left(|y-n_2|+|m_2-x|\right)=|y-n_1|+|x-m_1|$$

$$2y-2n_2+2m_2-2x=y-n_1+x-m_1$$



4a-rasm

$$y=3x+2\left(n_2-m_2\right)-\left(n_1+m_1\right)$$

to'g'ri chiziqda yotar ekan. Lekin bu tog'ri chiziq koordinatalar tekisligida

EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

$2(n_2-m_2)-(n_1+m_1)$ koeffitsiyentga bog'liq ravishda har xil o'tishi mumkin. Biz esa bu to'g'ri chiziq aynan F_1 va $E_{t_{max}+1}$ nuqtalar orqali o'tishini ko'rsatamiz. Uning uchun shu ikki nuqtalar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzamiz va uni soddalashtirib

$$\frac{x-m_2-t_{\min}}{t_{\min}}=\frac{y-n_2}{t_{\max}}$$

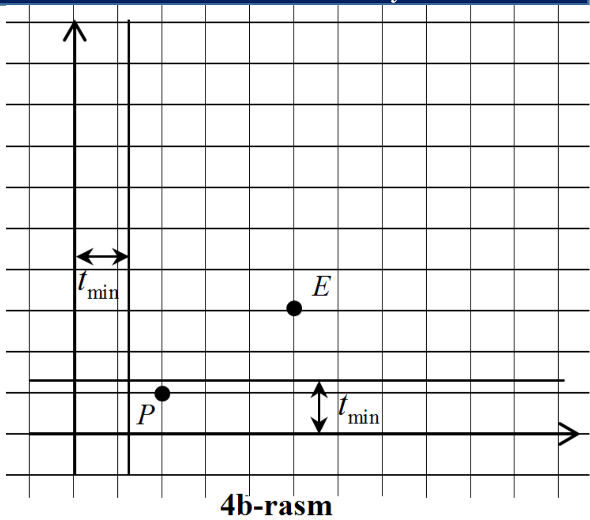
$$y=\frac{t_{\max}}{t_{\min}}(x-m_2+t_{\min})+n_2$$

$$y=3(x-m_2+t_{\min})+n_2$$

$$y=3\left(x-m_2+\frac{m_2-m_1+n_2-n_1}{3}\right)+n_2$$

$$y=3x-3m_2+m_2-m_1+n_2-n_1+n_2$$

$$y=3x-2m_2+2n_2-m_1-n_1$$



4b-rasm

$$y=3x+2(n_2-m_2)-(n_1+m_1)$$

yuqoridagi yakuniy tenglamani olib (1) tenglama bilan bir xil ekanligini ko'rsatamiz. Demak (1) tenklik bilan aniqlangan to'g'ri chiziq F_1 va $E_{t_{max}+1}$ nuqtalar orqali o'tar ekan. Huddi shu tariqa E_1 va $F_{t_{min}+1}$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq qochuvchining maksimal qochib bora olishi mumkin bo'lgan sohani quyidan chegaralovchi chiziq bo'lishini ko'rsatishimiz mumkin. Demak qochuvchi maksimal qochib bora olishi mumkin bo'lgan soha 4a-rasmda ko'rsatilganidek a joylashganida hosil bo'ladi (4b-rasm).

diagonallari perpendikulyar bo'lgan teng yonli trapetsiyadan iborat bo'lar ekan. Bunday trapetsiya qochuvchi koordinata o'qlaridan minimal $t_{\min}$ masofa uzoqlikd

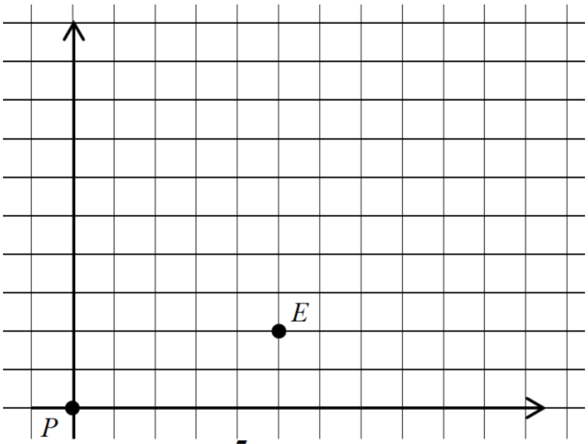
Teorema. Koordinata tekisligining birinchi choragida koordinata o'qlaridan $t_{\min}$ masofada turgan qochuvchining koordinata boshida turgan qochuvchiga tutilmasdan maksimal qochib yura olishi mumkin bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni uchlari $\begin{pmatrix} m_2-t_{\min} \\ n_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} m_2 \\ n_2-t_{\min} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} m_2 \\ n_2+t_{\max} \end{pmatrix}$ va $\begin{pmatrix} m_2+t_{\max} \\ n_2 \end{pmatrix}$ nuqtalarda bo'lgan trapetsiyada yotadi.

Endi qochuvchi joylashuvini ikkinchi holini ya'ni $t_{\min}$ masofada joylashmasa nima bo'lishini ko'rib chiqaylik. Aytaylik qochuvchi quvuvchiga nisbatan 5a-rasmda ko'rsatilganidek joylashgan bo'lsin ya'ni 7

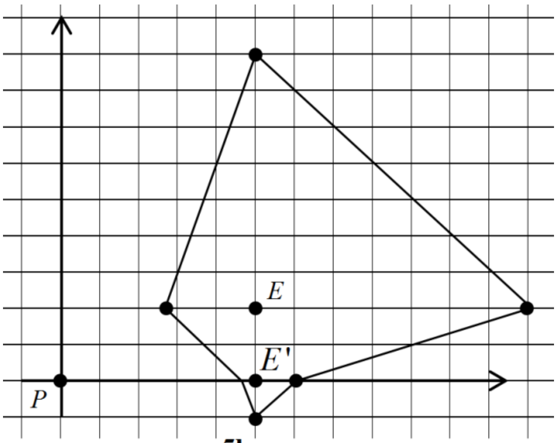
EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

birlik masofada. U holda minimum vaqt $t_{\min} = \frac{7}{2+1} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$ ga teng bo'ladi.

Bizda esa qochuvchi Ox oqidan 2 birlik uzoqlikda joylashgan $\left(2 < 2\frac{1}{3}\right)$.

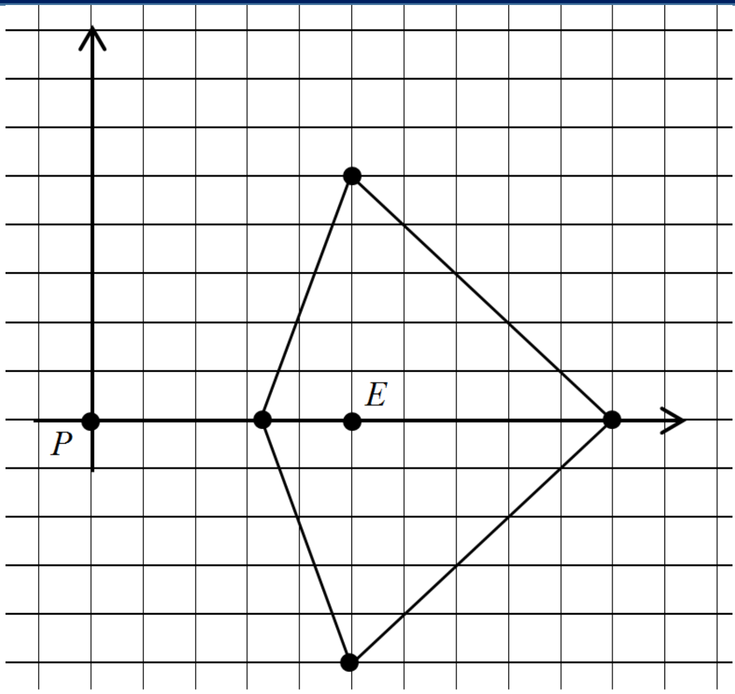


5a-rasm



5b-rasm

Bunday joylashuvning qochuvchi maksimal qochib yurishiga qanday ta'siri borligini hozir ko'rsatib o'tamiz. Qochuvchining bunday joylashuvida shunday yo'nalish topilarkanki, u shu yo'nalish bo'ylab harakati davomida qanchadur vaqt qochuvchiga qarama-qarshi qanchadur vaqt qochuvchiga tomon ya'ni ikki xil harakatinikeltirib chiqarar ekan. Misol uchun 5a-rasmda qochuvchi nuqtamiz agar 2 soniya Ox o'qiga tomon harakatlansa ularning orasidagi masofa bu ikki soniya vaqt orasida qisqaradi. Ox o'qidan pastga qarab harakati davomida esa ular orasidagi masofa uzoqlashishni boshlaydi. Demak harakat bir xil yo'nalish esa ikki xil chiqib qolyabdi. Bunday holatda sohani aniqlashda ikki xil nazariyani suramiz. Qochuvchi Ox o'qiga yetguniga qadar $t_{\min}$ vaqtning qanchadur qismini qochuvchi tomonga harakatlanib, undan qolganini esa qochuvchiga qarama-qarshi tomonga harakatlanib sarflaydi. Misol uchun 5a-rasmdagi holatga ko'ra qochuvchu 2 soniya vaqtini Ox o'qiga yetib olishga sarflaydi. Demak qochuvchi minimal vaqtning 2 soniyasini sarfladi. Uning ixtiyorida esa yana $\frac{1}{3}$ soniya vaqt qoldi. Ikki soniyadan so'ng esa ular orasidagi masofa 1 birlikka teng bo'ladi. Demak qochuvchi o'z tezligi bilan quvuvchiga qarama-qarshi harakatlanib 1 birlik masofani bosib o'tishi mumkin ekan (5b-rasm). Agar qochuvchi Ox o'qida joylashsa maksimal qochib yura olish masofasi 6-rasmda ko'rsatilganidek bo'ladi. Sababi u xolatda qochuvchida uchta qarama-qarshi tomonga va bitta qochuvchi tomonga harakatlanish imkoniyatiga ega bo'ladi.



6-rasm

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А. { Оптимальный поиск в условиях конфликта.} Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.

2. Andreae T. { Note on a pursuit game played on graphs } Discrete Appl. Math. 1984. №8. P. 1-11.

3. Nowakowski R., Winkler P. { Vertex-to-vertex pursuit in a graph } Discrete Math. 1-83. №43. P. 235-239.

4. Айзекс Р. Дифференциальные игры. – М.: Мир, 1967 – С. 480.

5. Красовский Н. Н., Субботин А. И., Позиционные дифференциальные игры, М., 1974