EURASIAN JOURNAL OF ACADEMIC RESEARCH
Innovative Academy Research Support Center
www.innacademy.uz

IMPACT OF A PARTIALLY PERMEABLE PLATE IN FLOW WITH SPLITTED JETS

A.Kh. Zakirov [1], Anvarova S.G. [2]

[1,2] National University of Uzbekistan

https://doi.org/10.5281/zenodo.4747261

ARTICLE INFO

Received: 1st May 2021
Accepted: 5th May 2021
Online: 10th May 2021

KEY WORDS

impact, permeability, impulse pressure, analytical function, incompressible fluid, complex potential, law of penetration, impulse of forces

ABSTRACT

A direct impact of a partially permeable plate, streamlined with separation of jets, is considered. Using the methods of the theory of analytical functions, a solution to the problem is obtained. The impulse of forces acting on the plate upon impact is calculated.

УДАР ЧАСТИЧНО ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ ОБТЕКАНИИ С ОТРЫВОМ СТРУЙ

Закиров А.Х. [1], Анварова С.Г. [2]

[1,2] Национальный университет Узбекистана

ИСТОРИЯ СТАТЬИ

Принято: 1 мая 2021 г.
Утверждено: 5 мая 2021 г.
Опубликовано: 10 мая 2021 г.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

удар, проницаемость, импульсное давление, аналитическая функция, несжимаемая жидкость, комплексный потенциал, закон проницания, импульс сил

АННОТАЦИЯ

Рассматривается прямой удар частично проницаемой пластинки, обтекаемого с отрывом струй. Используя методами теории аналитических функций получено решение поставленной задачи. Вычислено импульс сил, действовавших на пластинку при ударе.

В последнее время большое внимание исследователей привлекают смешанные задачи гидромеханики, в частности, задача о гидродинамическом ударе с отрывом. Особенностью этой задачи является то, что область контакта тела с жидкостью, равно как и зона отрыва, заранее не известна и подлежит определению вместе с течением жидкости после удара. Вследствие этого данная задача является нелинейной и относится к классу задач со свободными границами.

В работах по теории удара о несжимаемую жидкость рассматривается удар сплошных тел о невозмущенную или возмущенную жидкость [1]. Постановка и общее решение задачи об ударе непроницаемого контура при обтекании с отрывом струй по схеме Кирхгоффа изучены [2,3]. Общее решение указанной задачи получено при условии, по установившееся обтекание контура известно. В работе [4] рассмотрено удар проницаемого контура с отрывом струй безграничным потоком несжимаемой жидкости, и проведен расчет для проницаемой пластинки. Вычислено импульс сил, действовавших на пластинку при ударе.

Постановка задачи. Рассматривается задачу об обтекании неподвижную пластинку безграничным потоком идеальной несжимаемой жидкости с отрывом струй, составленное из двух пластинок, одна из которых проницаемая. Скорость на бесконечности v_∞.

Пусть точки частично проницаемой пластинки, обтекаемого установившимся потоком несжимаемой жидкости с отрывом струй по схеме Кирхгофа, внезапно приобрели нормальные скорости V_{1n} и V_{2n} (рис.1). Здесь V_{1n} - произвольная функция длины обтекаемой непроницаемой части пластинки, V_{2n} - произвольная функция длины обтекаемой проницаемой части пластинки. Известными считаются: v_∞ - скорость набегающего потока, $2l-$ длина пластинки, $\rho-$ плотность жидкости.

Из общей теории удара в жидкости известно [1], что при ударе возникает дополнительное течение, обладающие потенциалом скоростей φ связанным с импульсным давлением p_i соотношением: $p_i = -\rho\varphi$.

Потенциал φ является гармонической функцией декартовых координат в плоскости $z = x + iy$ и удовлетворяет следующим граничным условиям:
на свободной поверхности CA и CA', где $p_i = 0$ имеем

$$\varphi = 0 \tag{1}$$

на непроницаемой части пластинки BC и BC'

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = V_{1n} \tag{2}$$

на проницаемой пластинки BB':

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = V_{2n} - v_n \tag{3}$$

Здесь $v_n -$ нормальная скорость дополнительного, вызванного ударом потока жидкости, протекающей через пластинки при ударе.

Решение задачи сводится к нахождению гармонической во всей области течения функции φ, удовлетворящей граничным условиям.

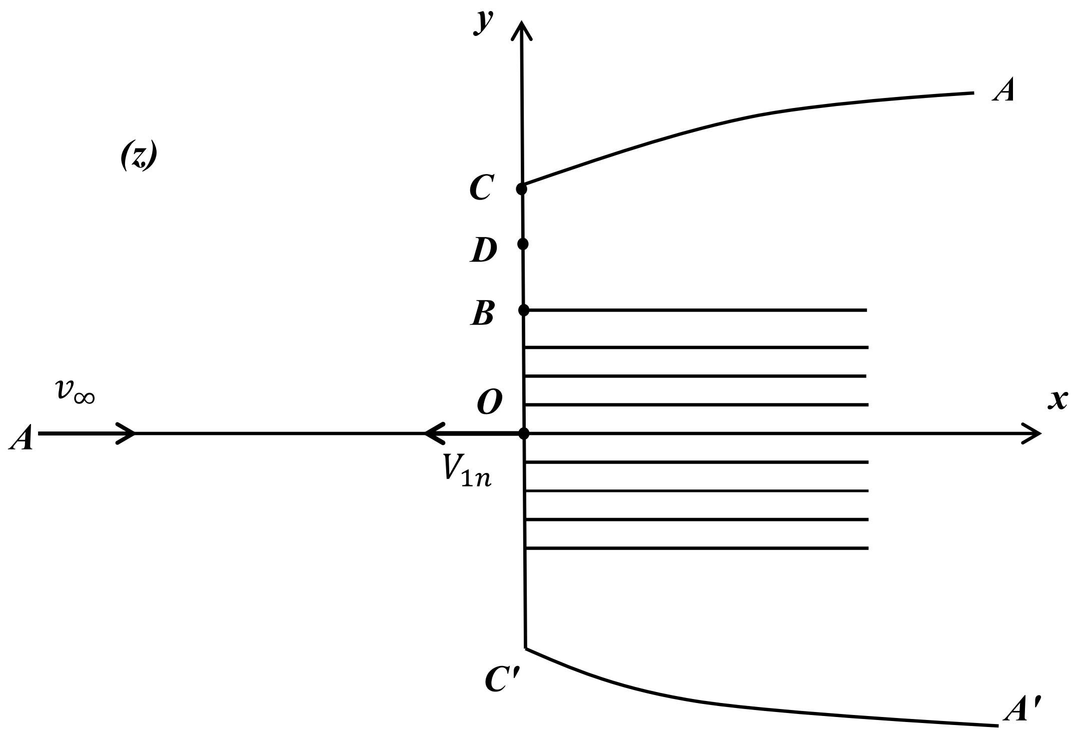

Рис.1

В силу симметрии можно свести задачу к рассмотрению верхней половины течения, заменяя ось симметрии твердой стенкой.

Метод решения. Применяя методы теории струй [3], можно решить задачу установившееся отрывного обтекания пластинки путем конформного отображения области течения (z) на верхнюю полуплоскость (ζ), т.е. известно $z = z(\zeta)$.

В плоскости (ζ) обтекаемой пластинке соответствует отрезок $[0, b\,]$, а свободным поверхностям – части действительной оси $-\infty < \zeta \leq 0$ и $c \leq \zeta < \infty$.

Задача о нахождении комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ возмущенного движения может решаться в плоскости (ζ). Задача определения $\frac{dW}{d\zeta}$ сводится к нахождению функции комплексного переменного в верхней полуплоскости (ζ) при условиях, что на части действительной оси задана действительная, а на другой ее части мнимая часть $\frac{dW}{d\zeta}$.

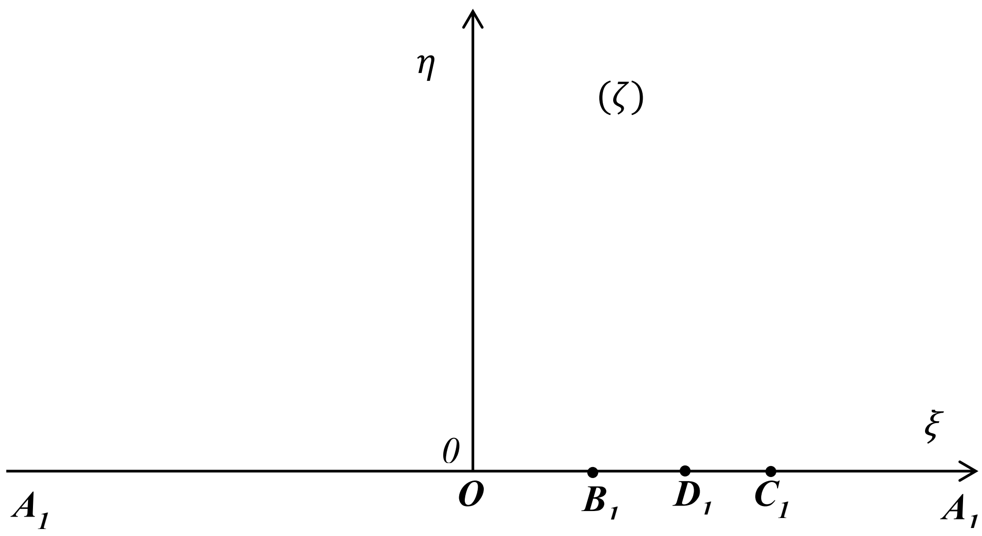

Рис.2

Граничные условия (1) - (3) взять можно переписать в виде:

$Re\,\frac{dW}{d\zeta} = 0$ на CA (4)

$Im\,\frac{dW}{d\zeta} = -V_{1n}\left|\frac{dz}{d\zeta}\right|$ на BC (5)

$Im\,\frac{dW}{d\zeta} = -(V_{2n} - v_n)\left|\frac{dz}{d\zeta}\right|$ на OB (6)

Введем аналитическую в верхней полуплоскости (ζ) функцию:

$$f(\zeta) = \frac{dW}{d\zeta}\sqrt{(\zeta-b)(\zeta-c)}\,. \quad (7)$$

Действительную часть этой функции в плоскости (ζ) с помощью (4) - (6) можно представить соответственно в виде:

$Re\, f(\zeta) = 0, -\infty < \zeta < 0, \quad c < \zeta < \infty$ (8)

$Re\, f(\zeta) = V_{1n}\left|\frac{dz}{d\zeta}\right|\sqrt{(\zeta-b)(\zeta-c)}, b < \zeta < c,$ (9)

$Re\, f(\zeta) = (V_{2n} - v_n)\left|\frac{dz}{d\zeta}\right|\sqrt{(\zeta-b)(\zeta-c)}$, $0 < \zeta < b,$ (10)

Пользуясь формулой Шварца [5] для верхней полуплоскости и условиями (7)-(9), можно определить $f(\zeta)$:

$$\frac{dW}{d\zeta}\sqrt{(\zeta-b)(\zeta-c)} = \frac{1}{\pi i}\left\{\int_0^b [V_{2n}(t) - v_n(t)]\left|\frac{dz}{dt}\right|\frac{\sqrt{(b-t)(c-t)}}{t-\zeta}dt + \right.$$
$$\left. + \int_b^c [V_{1n}(t)\left|\frac{dz}{dt}\right|\frac{\sqrt{(b-t)(c-t)}}{t-\zeta}dt\right\}. \quad (11)$$

Формула (11) является общим решением поставленной задачи.

В формуле (11) воспользуемся решением задачи об обтекании потоком идеальной жидкости частично проницаемой пластинки, значение $\frac{dz}{d\zeta}$ представим в виде [6]:

$$\frac{dz}{d\zeta} = \sqrt{\frac{\zeta-c}{\zeta}}\, exp I(\zeta). \quad (12)$$

Здесь $I(\zeta) = \frac{1}{\pi}\int_c^\infty arctg\left[\frac{v_1(t)}{u_1(t)}\right]\frac{dt}{t-\zeta}$,

где

$$u_1(\xi) = \frac{2(\xi-b)^\gamma\sqrt{\xi-c}\sin\pi\gamma}{(\sqrt{\xi}-\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}+\sqrt{c})+(\sqrt{\xi}+\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}-\sqrt{c})},$$

$$v_1(\xi) = \frac{(\sqrt{\xi}-\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}+\sqrt{c})-(\sqrt{\xi}+\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}-\sqrt{c})}{(\sqrt{\xi}-\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}+\sqrt{c})+(\sqrt{\xi}+\sqrt{b})^{2\gamma}(\sqrt{\xi}-\sqrt{c})};$$

$\gamma = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} arctg\, k_1$; k_1 – параметр считается известным.

Из (12) путем интегрирования можно найти $z(\zeta)$

$$z(\zeta) = \int_0^\zeta \sqrt{\frac{\zeta-c}{\zeta}}\, exp I(\zeta) d\zeta$$

Закон проницания жидкости через пластинку при ударе можно задавать в виде

$v_n = kp_i^0$.

Здесь $p_i^0 = -\rho\varphi_0$, где $\varphi_0 -$ потенциал скоростей при ударе непроницаемой пластинки; k- коэффициент пропорциональности, который зависит от пропускной способности пластинки.

Из решения задачи об ударе непроницаемой пластинки [3]:

$$\varphi_0 = ReW_0 = -\frac{4h\,V_n}{\pi(\pi+4)}\left[\frac{2}{3}\sqrt{[4\zeta(1-\zeta)]^3} + (4+2\pi)\sqrt{\zeta(1-\zeta)}\right] \qquad (13)$$

Согласно выражения (12) и (13), имеем:

$$v_n = k\rho\frac{4h\,V_n}{\pi(\pi+4)}\left[\frac{2}{3}\sqrt{[4\zeta(1-\zeta)]^3} + (4+2\pi)\sqrt{\zeta(1-\zeta)}\right] \qquad (14)$$

Подставляя (12) и (14) в (11), получим решение поставленной задачи:

$$\frac{dW}{d\zeta} = \frac{1}{\pi i}\frac{1}{\sqrt{(\zeta+1)(\zeta-1)}}\left\{\int_0^b [V_{2n}(t) - v_n(t)]\left[\sqrt{\frac{c-t}{t}}\,expI(\zeta)\right]\frac{\sqrt{(1+t)(1-t)}}{t-\zeta}dt - + \int_b^c [V_{1n}(t)\left[\sqrt{\frac{c-t}{t}}\,expI(\zeta)\right]\frac{\sqrt{(1+t)(1-t)}}{t-\zeta}dt\right\} \qquad (15)$$

Из (15) видно, что если $k_1 = 0$, $k \neq 0$, то решение соответствует удару пластинки, которая становится проницаемой только во время удара.

Для определенности примем, что $V_{1n} = V_{1n} = V = const$, это соответствует прямому удару пластинки в направлении отрицательной оси.

Зная $\frac{dW}{d\zeta}$, можно вычислить импульс сил I_x, действовавшего во время удара на пластинку:

$$I_x = \int_{-l}^{l} p_i dy = -2\rho\int_0^c \varphi\frac{dy}{d\zeta}d\zeta = 2\rho\int_0^c Im\, z(\zeta) Re\frac{dW}{d\zeta}d\zeta.$$

Таким образом, разработанные методы исследования краевых задач гидродинамического удара позволяют получить большой объем информации, необходимый для понимания явлений, возникающих в результате удара.

Литературы:

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. - Гостехиздат, 1950.
2. Берман Я.Р. Удар клина при обтекании с отрывом струй. – ПММ 1956, т. XX вып. 3.
3. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости.- М., Физматгиз, 1961
4. Бекулов М.Т. Удар проницаемого контура, обтекаемого с отрывом струй.Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, №2, 1979.
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. -М.: Наука, 1987.
6. Зокиров А.Х. Обтекание частично проницаемого тела, с отрывом струй//Проблемы механики.- Ташкент, 1993, №2.