

## ELEMENTAR FUNKSIYALARNING EGILISH NUQTALARINI ANIQLASH BOSQICHLARI

To'rayev Jo'rabek Nurbek o'g'li

Iqtisodiyot va pedagogika universiteti "Matematika" kafedrası  
stajyor-assistenti. Email: [0511jurabek@gmail.com](mailto:0511jurabek@gmail.com), tel:

(+99891)-2224318

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15720115>

### ARTICLE INFO

Received: 11<sup>th</sup> June 2025

Accepted: 15<sup>th</sup> June 2025

Published: 23<sup>rd</sup> June 2025

### KEYWORDS

*Funksiyaning egilish nuqtasi, funksiyaning qavariq va botiqligi, ikkinchi tartibli hosila, grafik tahlili.*

### ABSTRACT

*Ushbu maqolada funksiyaning egilish nuqtalari tushunchasi, ularni aniqlash mezonlari hamda bu nuqtalarning funksiyalar grafigidagi ahamiyati yoritilgan. Maqolada ikkinchi tartibli hosila yordamida egilish nuqtasini topish usuli, qavariqlik va botiqlik atamallari bilan bog'liq nazariy asoslar va misollar orqali mavzuning amaliy tomoni ko'rsatib berilgan. Mazkur ish o'quvchilarga va talabalar uchun funksiyalar grafigini tahlil qilish ko'nikmalarini rivojlantirishga yordam beradi.*

**Kirish.** Matematik tahlilning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan funksiyalar nazariyasida funksiyaning grafigini tahlil qilish orqali u haqda chuqur tasavvur hosil qilish mumkin. Bu jarayonda funksiyaning ekstremum nuqtalari, o'sish va kamayish oraliqlari, qavariqlik (egilish) va botiqlik (bukilish) sohalari muhim o'rin tutadi. Ayniqsa, funksiyaning **egilish nuqtalari** uning grafigining shaklini aniqlashda asosiy rol o'ynaydi. Ushbu maqolada egilish nuqtasi tushunchasi, uni aniqlash usullari va amaliy misollar yordamida tahlil qilish ko'rib chiqiladi. Bu mavzu nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham muhim bo'lib, iqtisodiyot, fizika va muhandislik kabi fan sohaslarida keng qo'llaniladi.

Egilish nuqtasi — bu nuqta funksiyaning grafigi botiq holatdan qavariq holatga yoki aksincha o'tadigan nuqtadir.

Boshqacha aytganda  $f(x)$  funksiyaning grafigi  $x = c$  nuqtada egilish nuqtasiga ega bo'ladi, agar:

- $f(x)$  ikkinchi tartibli hosila mavjud bo'lib,
- $f(c) = 0$  yoki aniqlanmagan bo'lsa,
- va  $f(x)$  belgisi  $x = 0$  atrofida o'zgaradigan bo'lsa.

Egilish nuqtasini topish:

1. Funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasini toping:  $f'(x)$
2. Nolga tenglashtiring:  $f'(x) = 0$
3. Chiqqan yechimlarni sinov nuqtalari yordamida tahlil qiling:
  - Agar  $f'(x)$  belgisi o'sha nuqta atrofida o'zgarsa, demak bu nuqta egilish nuqtasidir.

### **Teorema: Egilish nuqtasi uchun zaruriy sharti**

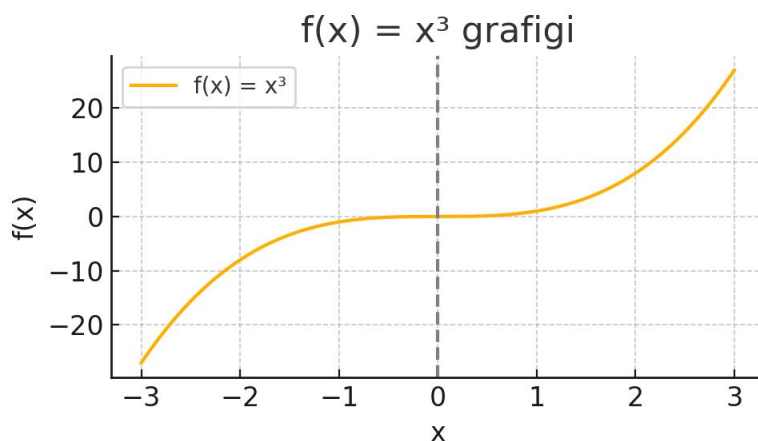
Agar  $f(x)$  funksiyaning  $x = c$  nuqtada egilish nuqtasi mavjud bo'lsa, u holda:

- $f'(c) = 0$  yoki  $f'(c)$  mavjud emas.

Izoh: Bu zaruriy shartdir, yetarli emas. Ya'ni,  $f'(c) = 0$  bo'lishi egilish nuqtasi bor degani emas. Belgining o'zgarishi ham talab etiladi.

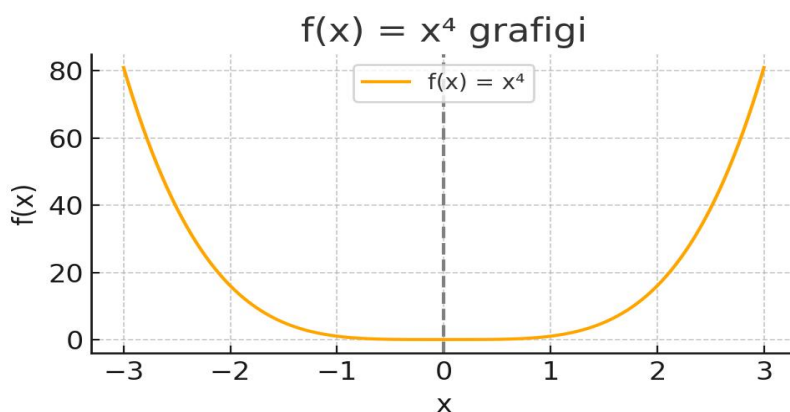
**Misol 1:**  $f(x) = x^3$

1.  $f(x) = 3x^2$
2.  $f(x) = 6x$
3.  $f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$
4.  $x < 0$  uchun  $f(x) < 0$ ;  $x > 0$  uchun  $f(x) > 0 \Rightarrow x = 0$  nuqta egilish nuqtasidir.



**Misol 2:**  $f(x) = x^4$

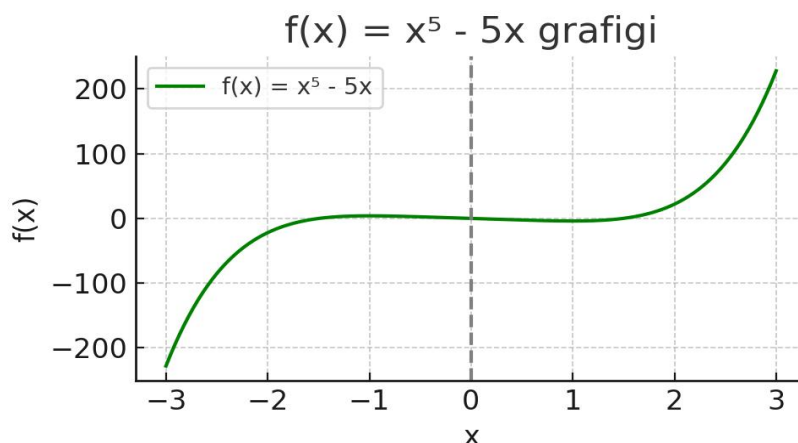
1.  $f(x) = 4x^3$
2.  $f(x) = 12x^2$
3.  $f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$
4. Har ikki tomonda  $f(x) > 0 \Rightarrow f(x)$  belgisi o'zgarmaydi  
 $\Rightarrow x = 0$  egilish nuqtasi emas.



**Misol 3:**  $f(x) = x^5 - 5x$

1.  $f(x) = 5x^4 - 5$
2.  $f(x) = 20x^3$
3.  $f(x) = 0 \Rightarrow 20x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$
4. Belgilarni tekshiramiz:
  - $x < 0$  uchun  $f(x) < 0$  (masalan,  $x = -1 \rightarrow f(-1) = -20$ )

- $x > 0$  uchun  $f(x) > 0$  (masalan,  $x = 1 \rightarrow f(1) = 20$ )  
 $\Rightarrow x = 0$  nuqta egilish nuqtasidir.



Egilish nuqtalari matematik analiz va uning amaliy sohalarida keng qo'llaniladi. Quyidagi sohalarida bu tushuncha muhim rol o'ynaydi:

- **Fizika** – harakat traektoriyalarini tahlil qilishda.
- **Injeneriya** – egilish momentlari, struktura kuchlanishlarini aniqlashda.
- **Iqtisodiyot** – xarajat va daromad funksiyalarining o'sish/tejam holatlarini tahlil qilishda.
- **Kompyuter grafikasi** – silliq egri chiziqlarni yaratishda va geometriya asoslarini tuzishda.
- **Statistika va ma'lumotlar tahlili** – regressiya grafigining burilish nuqtalarini aniqlashda.

#### Xulosa

Funksiyaning egilish nuqtalari grafigining geometriyasini aniqlashda asosiy rol o'ynaydi. Egilish nuqtalarini topishda ikkinchi tartibli hosilaning nolga tenglashgan nuqtalarini aniqlab, belgining o'zgarishini tekshirish zarur. Bu metod yordamida grafiga asoslangan analizlar, chizmalar, va optimallashtirish ishlari ancha qulay bo'ladi.

#### Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Fikrat Muxamedov – "Matematik analiz asoslari", Toshkent, 2010.
2. Sergey L. Sobolev – "Calculus and its Applications", Springer, 2003.
3. Larson & Edwards – "Calculus: Early Transcendental Functions", Cengage Learning, 2018.
4. To'rayev, J., Z. Temirova. "FUNKSIYANING EGILISH NUQTALARI". *Zamonaviy fan va tadqiqotlar*, jild. 4, yo'q. 4, aprel 2025 yil, 1359-63-betlar, <https://inlibrary.uz/index.php/science-research/article/view/82740>.
5. To'rayev, J., and U. Shonazarov. "TIBBIY TASHXIS QILISH MASALALARINI YECHISHDA INTELLEKTUAL TAHLIL USULLARI ANSAMBLARIDAN FOYDALANISH". *Modern Science and Research*, vol. 4, no. 5, May 2025, pp. 1318-21, <https://inlibrary.uz/index.php/science-research/article/view/92750>.
6. Bozarov, D. (2023). Bo'lajak iqtisodchi talabalarning iqtisodiy kompetensiyasini rivojlantirishning matematik tahlili. *Академические исследования в современной науке*, 2(27), 84-90.
7. Allamova, M., & Bozarov, D. (2023). Trigonometrik tengsizliklar yechimlarining innovatsion qo'llanilishi. *Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук*, 3(1), 75-78.
8. Dilmurod, B., & Islom, A. (2023). Parallel ikkita to'g'ri chiziq orasidagi masofa. *Innovations in Technology and Science Education*, 2(8), 465-478.

9. Bozarov, D. (2022). CHIZIQLI VA KVADRATIK MODELLASHTIRISH MAVZUSINI MUSTAQIL O'RGANISHGA DOIR MISOLLAR. *Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук*, 2(6), 24-28.
10. Asqar, M. ., & Jo`rabek, T. . (2024). KOSHI MASALASI YECHIMINING TURG'UNLIGI. *JOURNAL OF THEORY, MATHEMATICS AND PHYSICS*, 3(10), 3-5. Retrieved from <https://jttmp.innovascience.uz/index.php/journal/article/view/193>

