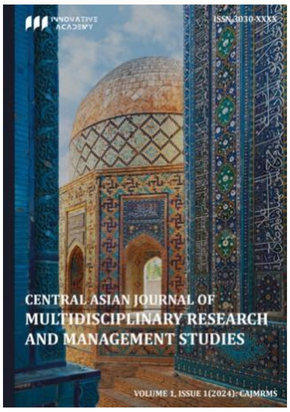

FUNKSIYANING LIMITI.MURAKKAB FUNKSIYA LIMITI

Andijon davlat pedagogika instituti Aniq va tabiiy fanlar fakulteti Matanaliz fan o'qituvchisi:Parpiyev Sodiqjon

Yo'lchiboyeva Oysaraxon Sharifjon qizi

Fizika yo'nalishi talabasi

https://doi.org/10.5281/zenodo.15553208

ARTICLE INFO

Received: 15 th May 2025
Accepted: 19th May 2025
Published: 29th May 2025

KEYWORDS

limit, funksiya, murakkab funksiya, uzluksizlik, analiz, epsilon-delta ta'rif.

ABSTRACT

Ushbu maqolada funksiya limiti tushunchasi, uning matematik aniqlanishi hamda murakkab funksiya limiti bilan bog'liq masalalar tahlil qilinadi. Shuningdek, limit mavjudligi shartlari va limitni hisoblash usullari haqida misollar orqali tushuncha beriladi.

Kirish

Matematik analizda limit tushunchasi asosiy tushunchalardan biri bo'lib, funksiyaning belgilangan nuqtaga yaqinlashuvini o'rganishda qo'llaniladi. Limit tushunchasi infinitesimal kattaliklar, uzluksizlik, hosila va integral kabi ko'plab tushunchalarning asosi hisoblanadi.

Limit nima?

Limit — bu matematik analizdagi asosiy tushunchalardan biri bo'lib, biror funksiya, ketma-ketlik yoki ifodaning qandaydir qiymatga **yaqinlashuvini** (yondashuvini) ifodalaydi.

Yani, biror o'zgaruvchi (masalan, xxx) ma'lum bir qiymatga (masalan, aaa) yaqinlashganda, unga bog'liq funksiya (masalan, f(x)f(x)f(x)) qanday qiymatga intilayotganini ko'rsatadi. Bu qiymat **limit** deb ataladi.

Limitning qo'llanilishi:

Limitlar:

- **Uzluklik** (funksiya uzluksiz bo'lishi uchun limit kerak),
- **Hosila** (funksiya o'zgarish tezligini aniqlash),
- **Integral** (maydon yoki hajmni hisoblash),
- **Ketma-ketliklar va qatorlar**,
- **Tafovutli va differensial tenglamalar** kabi ko'plab sohalarda qo'llaniladi.

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt[3]{\frac{2x^2-8}{x-2}}+3\right).$$

Limitni hisoblang.

Yechilishi:Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $t=\varphi(x)=\frac{2x^2-8}{x-2}$,

$y=\sqrt[3]{t}+3, y=f\big(\varphi(x)\big)=\sqrt[3]{\frac{2x^2-8}{x-2}}+3$ funksiya $(-\infty;2)\cup(2;\ +\infty)$ to'plamda aniqlangan.

Teoremalarni tekshiramiz:

$$\lim_{x\to 2}\varphi(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-8}{x-2}=8=c.$$

$$\lim_{t\to c}f(t)=\lim_{t\to 8}(\sqrt[3]{t}+3)=5\ .$$

Ushbu limitlarni hisoblang.

1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin\alpha x}{sin\beta x}$, $(\beta \neq 0)$, 2)$\lim\limits_{X\to 0}\frac{tgx-sinx}{sin^3x}$,

3)$\lim\limits_{x\to\infty} x\, sin\frac{\pi}{x}$, 4)$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{cosx}-2xtgx\right)$

d)$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ Bu limitni hisoblashda biz teoremani qo'llash mumkin emas. Chunki $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)=0$, $\lim\limits_{x\to 1}(2x^2-x-1)=0$, ya'ni teoremadagi $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=c\neq 0$ shart bajarilmayapti. Berilgan ifodaning $x\to 0$ dagi limiti $\frac{0}{0}$ aniqmaslikni ifodalaydi.Bu aniqmaslikni ochish uchun $\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ifodaning shaklini o'zgartiramiz: $\frac{(x-1)(x+1)}{2(x-1)(x+\frac{1}{2})}$. U holda

$= \lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\frac{1}{2}\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+\frac{1}{2})}=\frac{1}{2}\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{x+\frac{1}{2}}=\frac{2}{\frac{3}{2}2}=\frac{2}{3}$.

c) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ .Bu holda hisoblashda teoremani qo'llab bo'lmaydi. Chunki berilgan kasr ifodaning surati va maxraji chekli limitga ega emas, ya'ni $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2-1)=\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty}(2x^2-x-1)=\infty$ .Shunday qilib, $\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ifoda $x\to\infty$ da $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishida aniqmaslikni ifodalaydi. Bu limitni hisoblash, ya'ni aniqmaslikni ochish uchun kasr ifodaning surat va maxrajini x^2 ga bo'lamiz :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}}{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}$$

Endi shakl o'zgartirish natijasida xosil bo'lgan kasr ifodaning limitini hisoblashda teoremani qo'llash mumkin. Shunday qilib,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}}{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}=\frac{1-0}{2-0-0}=\frac{1}{2}$$

Ushbu

a)$f(x)=\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}$ b)$f(x)=x^2 sin\frac{1}{x}$

funksiyalarning,mos ravishda ,$x\to\infty$da $x\to 0$ dagi limitlarni hisoblang.

Yechilishi. Barcha $x\neq 0$ lar uchun $00<\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}<1+\frac{1}{x^2}$ tengsizlik bajariladi.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=1$, chunki $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x^2}\right)=0$

Demak, teoremaga ko'ra $x\neq 0$ bo'lgan x lar uchun

$-x^2<x^2sin\frac{1}{x}\leq x^2$ tengsizlik o'rinli va $\lim\limits_{x\to 0}(-x^2)=0$, $\lim\limits_{x\to 0}(x^2)=0$ bo'lgani uchun teoremaga asosan $\lim\limits_{x\to 0}x^2sin\frac{1}{x}=0$ bo'ladi.

Murakkab funksiya — bu bitta funksiya natijasini boshqa bir funksiyaga argument sifatida qo'yish orqali hosil bo'lgan funksiya.

Ya'ni agar:

- g(x) — birinchi funksiya
- f(u) — ikkinchi funksiya (bu yerda u=g(x)

bo'lsa, unda **murakkab funksiya** quyidagicha yoziladi:

y=f(g(x))

Bu **kompozitsiyalangan** yoki **murakkab funksiya** deyiladi.

Murakkab funksiya limitining qo‘llanilishi:

Murakkab funksiya limiti:

- fizikada (masalan, harakat tenglamalari),
- iqtisodda (kompozit xarajat funksiyalari),
- informatika va grafik modellashtirishda,
- biologiada (murakkab o‘sish modellarida) keng qo‘llaniladi.

E’tibor beriladigan jihatlar:

- Har doim **ichki funksiya** birinchi bajariladi.
- Agar ichki funksiya nuqtada aniqlanmagan bo‘lsa, limit mavjud bo‘lmasligi mumkin.
- Grafikda murakkab funksiya bir nechta funksiyaning chizig‘ini “ketma-ket bog‘lash” orqali quriladi.

Xulosa

Funksiya limiti — matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo‘lib, u orqali funksiya qiymatlarining biror nuqtaga yaqinlashuvini aniqlash mumkin. Limit tushunchasi, funksiyaning uzluksizligi, differensiallanuvchanligi va integrallanuvchanligi kabi boshqa ko‘plab muhim tushunchalarning asosini tashkil etadi. Limit mavjud bo‘lishi uchun funksiya berilgan nuqtaga yaqinlashganda muayyan bir qiymatga intilishi va bu qiymatga har ikki yoqdan yaqinlashish zarur.

Murakkab funksiya limiti esa oddiy limit tushunchasining rivojlangan shakli bo‘lib, bunda bitta funksiya natijasi boshqa funksiyaning argumenti sifatida ishtirok etadi. Ya’ni, agar $y=f(g(x))$ kabi ifoda bo‘lsa, bu holda limitni hisoblashda **ichki funksiya** (ya’ni $g(x)$) va **tashqi funksiya** (ya’ni $f(u)$) o‘rtasidagi bog‘liqlik, aniqlik sohasi va uzluksizlik xususiyatlari muhim rol o‘ynaydi.

Murakkab funksiyalar limitini hisoblashda ehtiyotkorlik talab etiladi, ayniqsa funksiya bir nechta bo‘lakli yoki aniqlanish sohalari cheklangan hollarda. Matematik analizda bu tushunchalar real hayotdagi ko‘plab model va jarayonlarni tushunishda va hisoblashda muhim ahamiyatga ega: masalan, harakat tezligi, o‘sish modellarini tahlil qilish, fizik jarayonlarning limit holatini topish va boshqa ko‘plab sohalarda.

Shu sababli, limit tushunchasi hamda murakkab funksiyalar limitini chuqur o‘rganish — keyingi bosqichlardagi matematik tadqiqotlar va amaliy hisob-kitoblar uchun mustahkam nazariy poydevor bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. A.G’.Xikmatov O’.Toshmatov K.Karasheva Matematik analizdan mashqlar va masalalar to’plami
2. T.Azlanov matematik analiz 1-qism mashqlari
3. https://api.ziyonet.uz Funksiya limiti.