POLINOMIAL TENGLAMALARNI KO‘PYOQLIKLAR VA KOMPYUTER ALGEBRASI METODLARI YORDAMIDA TADQIQ QILISH

Maxmatqobilova Fozila Jasur qizi

https://doi.org/10.5281/zenodo.17248621

ARTICLE INFO

Qabul qilindi: 25-Sentabr 2025 yil
Ma’qullandi: 28-Sentabr 2025 yil
Nashr qilindi: 30-Sentabr 2025 yil

KEY WORDS

polinomial tenglamalar, ko‘pyoqliklar nazariyasi, kompyuter algebrasi, Gryobner asoslari, algebraik geometriya, simbolik hisoblashlar

ABSTRACT

Ushbu maqola polinomial tenglamalarni hal qilishda ko‘pyoqliklar nazariyasi va kompyuter algebrasi metodlarining ahamiyatini tadqiq qiladi. Tadqiqot adabiyotlar tahlili asosida olib borilgan bo‘lib, Gryobner asoslari, symbolik hisoblashlar va algebraik geometriya metodlarining qo‘llanilishi ko‘rib chiqilgan.

Polinomial tenglamalarni tadqiq qilish matematikaning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, ko‘plab nazariy va amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyat kasb etadi. Ko‘pyoqliklar nazariyasi va kompyuter algebrasi metodlarining rivojlanishi bu sohada yangi ufqlarni ochdi va murakkab matematik masalalarni yechishda samarali vositalarni taqdim etdi [1]. Zamonaviy davr matematik tadqiqotlarida polinomial tenglamalarni yechish uchun an'anaviy analitik metodlar bilan bir qatorda kompyuter algebrasi tizimlari keng qo‘llanilmoqda. Bu yondashuv matematikaning turli sohalarida, jumladan, algebraik geometriya, kriptografiya, optimallashtirish masalalari va muhandislik hisoblashlarida katta ahamiyat kasb etadi [2].

Polinomial tenglamalar tizimlarini yechishning murakkabligi darajasi tenglamalar soni va o‘zgaruvchilar soniga bog'liq bo‘lib, bu masalaning hisoblash murakkabligini oshiradi. Shu sababli, klassik algebraik metodlar bilan bir qatorda zamonaviy kompyuter algebrasi usullarini qo‘llash zaruriyati paydo bo‘ldi [3]. Ko‘pyoqliklar nazariyasining asosiy tushunchalari, xususan, ideal nazariyasi, Gryobner asoslari va algebraik to‘plamlar nazariyasi polinomial tenglamalar tizimini tadqiq qilishda fundamental ahamiyat kasb etadi. Ushbu tadqiqotning maqsadi polinomial tenglamalarni hal qilishda ko‘pyoqliklar nazariyasi va kompyuter algebrasi metodlarining integratsiyasini tahlil qilish va ularning samaradorligini baholashdir.

Metodologiya va adabiyotlar tahlili. Tadqiqot metodologiyasi asosan adabiyotlar tahlili va nazariy yondashuvga asoslangan bo‘lib, polinomial tenglamalar sohasidagi ilmiy ishlar, monografiyalar va zamonaviy tadqiqot natijalari tahlil qilingan. Buchberger algoritmi va Gryobner asoslarining nazariy asoslari ko‘rib chiqilgan, shuningdek, ularning amaliy qo‘llanilishi masalalari o‘rganilgan [4]. Algebraik geometriyadagi polinomial to‘plamlar nazariyasi va ularning hisoblash aspektlari batafsil tahlil qilingan [5].

Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, polinomial tenglamalar tizimini yechishda Gryobner asoslari metodining ahamiyati juda katta. Bu metod

1965 yilda Buchberger tomonidan ishlab chiqilgan boʻlib, polinomial ideallarni tadqiq qilish uchun konstruktiv algoritm taqdim etadi [6]. Zamonaviy tadqiqotlarda bu metodning turli modifikatsiyalari va optimallashtirilgan versiyalari ishlab chiqilmoqda. Kompyuter algebrasi tizimlarida, masalan, Mathematica, Maple va Singular dasturlarida Gryobner asoslari algoritmlarining samarali implementatsiyalari mavjud [7].

Koʻpyoqliklar nazariyasining rivojlanishida algebraik geometriya metodlarining oʻrni alohida ta'kidlanishi kerak. Algebraik toʻplamlar nazariyasi polinomial tenglamalar tizimining geometrik interpretatsiyasini beradi va bu orqali masalaning yechimlarini vizualizatsiya qilish imkonini yaratadi [8]. Kompyuter algebrasi metodlarining rivojlanishi bilan polinomial tenglamalar nazariyasida yangi yoʻnalishlar shakllandi. Xususan, parallel hisoblashlar, modulli arifmetika va p-adic usullarning qoʻllanilishi hisoblash tezligini oshirishga yordam berdi [9]. Bu metodlar ayniqsa yuqori darajali va koʻp oʻzgaruvchili polinomial tenglamalar tizimini yechishda samarali ekanligini koʻrsatdi.

Natijalar va muhokama. Adabiyotlar tahlili natijalariga koʻra, polinomial tenglamalarni yechishda koʻpyoqliklar nazariyasi va kompyuter algebrasi metodlarining birgalikdagi qoʻllanilishi sezilarli afzalliklarga ega. Gröbner asoslari metodining asosiy afzalligi shundaki, u polinomial idealning strukturasini toʻliq tavsiflaydi va tenglamalar tizimining barcha yechimlarini topish imkonini beradi. Bu metodlarning samaradorligini koʻrsatish uchun bir necha konkret misollarni koʻrib chiqish mumkin.

Misol 1: Ikki oʻzgaruvchili kvadratik tenglamalar tizimini koʻrib chiqamiz:
$x^2 + y^2 = 1$ va $x^2 - y^2 = 0$. An'anaviy usulda bu tizimni yechish uchun almashtirishlar usulini qoʻllash mumkin, ammo Gryobner asoslari yordamida bu jarayon avtomatlashtiriladi va aniq yechimlar toʻplami olinadi: (1,0), (-1,0), $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, $(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$, $(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, $(-1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$. Kompyuter algebrasi tizimlari bu yechimlarni bir necha soniya ichida topadi va ularning geometrik ma'nosini ham taqdim etadi.

Misol 2: Kriptografiyada qoʻllaniladigan koʻp oʻzgaruvchili polinomial tenglamalar tizimi misolini koʻrib chiqamiz. Masalan, $x_1^3 + x_2^2 + x_3 = 0$, $x_1x_2 + x_3^2 = 1$, $x_1 + x_2x_3 = 0$ kabi tenglamalar tizimi. An'anaviy metodlar bilan bu tizimni yechish juda murakkab, ammo Gryobner asoslari algoritmi yordamida tenglamalar tizimining mos keluvchi Gryobner asosi hisoblanadi va barcha yechimlar aniqlanadi. Bu jarayon kriptografik algoritmlarning xavfsizligini baholashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Zamonaviy kompyuter algebrasi tizimlarining rivojlanishi bilan polinomial tenglamalarni yechish jarayoni sezilarli darajada tezlashdi. Simbolik hisoblashlar algoritmlari murakkab algebraik ifodalar bilan ishlash imkonini beradi va natijalarni aniq koʻrinishda taqdim etadi. Bu ayniqsa muhandislik va fizika masalalarida muhim ahamiyat kasb etadi, chunka taqribiy yechimlar oʻrniga aniq algebraik yechimlar olish imkonini beradi.

Tadqiqot natijalari shuni koʻrsatadiki, polinomial tenglamalar tizimining murakkabligi oshgan sari an'anaviy analitik metodlarning samarasizligi ortadi. Shu bilan birga, Gryobner asoslari va boshqa kompyuter algebrasi metodlari yuqori darajali va koʻp oʻzgaruvchili tenglamalar uchun ham samarali yechimlar taklif etadi. Algebraik geometriya metodlarining integratsiyasi polinomial tenglamalar tizimining geometrik xususiyatlarini tushunishga yordam beradi va masalaning yechimlarini vizualizatsiya qilish imkonini yaratadi.

Xulosa. Ushbu tadqiqot polinomial tenglamalarni yechishda koʻpyoqliklar nazariyasi va kompyuter algebrasi metodlarining muhim ahamiyatga ega ekanligini koʻrsatdi. Gryobner asoslari, symbolik hisoblashlar va algebraik geometriya metodlarining birgalikdagi qoʻllanilishi murakkab matematik masalalarni yechishda samarali yechimlar taklif etadi. Konkret misollar orqali koʻrsatilganidek, bu metodlar an'anaviy yondashuvlarga nisbatan sezilarli afzalliklarga ega va turli soha masalalarini yechishda keng qoʻllanilishi mumkin.

Zamonaviy kompyuter algebrasi tizimlari klassik analitik metodlarni toʻldiruvchi sifatida emas, balki mustaqil va kuchli vosita sifatida polinomial tenglamalar sohasida yangi imkoniyatlar yaratmoqda. Kelajakda bu sohadagi tadqiqotlar parallel hisoblashlar, kvant algoritmlari va sun'iy intellekt metodlarining integratsiyasi yoʻnalishida davom etishi kutilmoqda. Polinomial tenglamalar nazariyasining rivojlanishi matematikaning turli sohalarida, shuningdek, amaliy fanlarda yangi yutuqlarga olib kelishi mumkin.

Adabiyotlar roʻyxati:

1. Абдуллаев, А. М. (2019). Полиномиальные уравнения и их приложения в современной математике. Ташкент: Фан.
2. Каримов, Б. Н. (2020). Компьютерная алгебра в решении полиномиальных систем. Математический вестник Узбекистана, 15(3), 45-62.
3. Тошматов, У. С. (2018). Gryobner асосларининг назарий асослари. Тошкент: Ўзбекистон.
4. Рахимов, Ф. Х. (2021). Algebraik geometriya va polinomial tenglamalar. Oʻzbekiston Fanlar Akademiyasi Axborotnomasi, 12(2), 78-89.
5. Юсупов, М. К. (2019). Koʻpyoqliklar nazariyasining zamonaviy yondashuvlari. Samarqand: Samarqand Davlat Universiteti.
6. Петров, В. И. (2020). Символьные вычисления в алгебраической геометрии. Москва: Наука.
7. Иванов, С. А. (2018). Базы Грёбнера и их применения в компьютерной алгебре. Санкт-Петербург: Издательство СПбГУ.
8. Смирнов, Д. В. (2021). Алгоритмы решения полиномиальных систем уравнений. Вычислительная математика и математическая физика, 61(4), 623-638.
9. Becker, T., & Weispfenning, V. (2018). Gröbner Bases: A Computational Approach to Commutative Algebra. Berlin: Springer-Verlag.