ANIQ INTEGRAL VA UNING IQTISODIYOTDA QO'LLANILISHI VA SHU MAVZUGA OID BA'ZI MISOLLAR

A.Pirimov
NDKTU Oliy matematika va Infarmatika kafedrasi dotsenti
Z.Ochilov
NDKTY KMF iqtisodioyot yo'nalishi 1-kurs talabasi
https://doi.org/10.5281/zenodo.15278844

ARTICLE INFO

Qabul qilindi: 20-Aprel 2025 yil
Ma'qullandi: 23- Aprel 2025 yil
Nashr qilindi: 25- Aprel 2025 yil

KEY WORDS

aniq integral, quyi chegara, yuqori chegara, hisoblash usullari, iqtisodiyotda qo'llanishi

ABSTRACT

Aniq integral usullari amaliy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada geometriya, fizika, iqtisodiyot kabi sohalardagi masalalarni hal qilish usullari muhokama qilinadi. Ba'zi ma'lum integral hisoblash usullarini o'zlashtirish hayotdagi amaliy masalalarni hal qilishga yordam beradi. Ushbu bir nechta oddiy misollardan ko'rish mumkinki, aniq integral yordamida amaliy masalalarni hal qilishning eng muhim jihati masalani raqamlashtirish, matematik nazariya yordamida formulani yozib chiqish va oxir-oqibat integral printsipiga asoslanib natijalarni hisoblashdir.

Aniq integral - matematik analizning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, u funksiyaning berilgan oraliqdagi umu yig'indisini hisoblash uchun qo'llaniladi. Aniq integral yordamida yuzalar, hajmlar, fizik va iqtisodiy miqdorlarni hisoblash mumkin.

Aniq integral - Geometrik nuqtai nazardan, yuqoridan integral ostidagi funksiya *f(x)* grafigi, quyidan *Ox* o'qi va yon tomonlaridan *x=a* va *x=b* vertical to'g'ri chiziqlar grafiglari bilan chegaralangan sohaning yuzini ifodalaydi va u

$\int_a^b f(x)\,dx$ kabi belgilanadi, f(x) – berilgan funksiya, [a,b] – integrallash oralig'i, dx – differensial element, ya'ni kichik o'zgarishlar bo'lib, funksiyaning aniq qiymatini yig'ish uchun ishlatiladi.

Differensial element usuli – uzluksiz jarayonlarni mayda qismlarga bo'lib, ularning har birini alohida tahlil qilish va yig'indisini integral orqali ifodalash usulidir. Ushbu usul matematik analiz, fizika, muhandislik va iqtisodiyotda turli jarayonlarni modellashtirish va hisoblashda keng qo'llaniladi.

Aniq integralning iqtisodda qo'llanilishi- Aniq integral iqtisodiyotda turli jarayonlarni tahlil qilish, optimallashtirish va bashorat qilish uchun keng qo'llaniladi. U uzluksiz o'zgarib boradigan miqdorlarni hisoblash va yig'indilarni aniq aniqlash imkonini beradi. Quyida aniq integralning iqtisodiyotdagi asosiy qo'llanilish yo'nalishlari keltirilgan:

1. Umumiy daromad va xarajatlarni hisoblash
2. Talab va taklif elastikligini aniqlash
3. Ishlab chiqarish hajmi va samaradorlik tahlili
4. Tahlil va rejalashtirish jarayonlari

Ushbu maqolada aniq integralni hisoblashga doir ba'zi misollarni ko'rib chiqamiz.

1-misol. $\int_{\sqrt{2}}^{x} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \frac{\pi}{12}$ ekanligini isbotlaymiz. Va undan foydalanib berilgan integralni yuqori chegarasini topamiz.

$$\int_{\sqrt{2}}^{x} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \left| \begin{array}{ll} x^2-1=t^2 & xdx=tdt \\ x^2=t^2+1 & x=\sqrt{2} \;\; t=1 \\ 2xdx=2tdt & x=x \;\; t=\sqrt{x^2-1} \end{array} \right|$$

$$\int_{1}^{\sqrt{t^2-1}} \frac{tdt}{x^2 t} = \int_{1}^{\sqrt{t^2-1}} \frac{dt}{x^2} = \int_{1}^{\sqrt{t^2-1}} \frac{dt}{t^2+1} = arctg(t)\Big|_{1}^{\sqrt{x^2-1}}$$

$$arctg\sqrt{x^2-1} - arctg1 = arctg\sqrt{x^2-1} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \quad arctg\sqrt{x^2-1} = \frac{3\pi}{12} + \frac{\pi}{12}$$

$$\sqrt{x^2-1} = tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad x^2-1=3 \quad x^2=4 \quad x_1=2 \quad x_2=-2$$

Javob: x=2

main.cpp

```
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

int main() {
    // Berilgan tenglama: integral natijasi π / 12 ga teng
    double pi = M_PI;
    double given_value = pi / 12; // π / 12 ni hisoblash

    // Yechimni topish uchun arcctg (arcotangent) hisoblash
    double arctg_sqrt_x2_minus_1 = pi / 3; // 3π/12 = π/4 + π/12

    // Endi kvadrat ildiz qiymatini hisoblaymiz
    double sqrt_x2_minus_1 = tan(arctg_sqrt_x2_minus_1);

    // x^2 - 1 = sqrt_x2_minus_1^2 => x^2 = 1 + sqrt_x2_minus_1^2
    double x_squared = 1 + pow(sqrt_x2_minus_1, 2);

    // x ni hisoblash
    double x = sqrt(x_squared);

    // Natijani chiqarish
    cout << "Hisoblangan x = " << x << endl;

```

Output

```
Hisoblangan x = 2

=== Code Execution Successful ===
```

2-Misol $\int_{\ln 2}^{x} \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}} = \frac{\pi}{6}$ ekanligini isbotlaymiz. Va undan foydalanib berilgan integralni yuqori chegarasini topamiz.

$$\int_{\ln 2}^{x} \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}} =$$

$$\left|\begin{array}{l} e^x - 1 = y^2 \\ e^x = 1 + y^2 \end{array}\right. \quad \begin{array}{c} x \ln e = \ln(1+y^2), \\ x = \ln(1+y^2)\,, dx = \frac{1}{1+y^2} 2y\,dy \end{array} \left|\left|\begin{array}{l} x = \ln 2 \\ 2 - 1 = y^2 \\ y^2 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} x = x\ ga \\ y = \sqrt{e^x - 1} \end{array}\right|\right. =$$

$$= 2\int_1^{\sqrt{e^x-1}} \frac{y\,dy}{(1+y^2)y} = 2\int_1^{\sqrt{e^x-1}} \frac{dy}{(1+y^2)} = 2arctgy \left| \begin{array}{l} e^x - 1 \\ \\ 1 \end{array} \right. =$$

$=2\ arctg(e^x - 1) - 2\ arctg1 = \frac{\pi}{6};\ \ arctg(e^x - 1) = \frac{\pi}{6} + 2arctg1 = \frac{\pi}{6} + 2\frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{6}$

$arctg(e^x - 1) = \frac{2\pi}{3}; \mathrm{tg}\big(arctg(e^x - 1)\big) = tg\left(\frac{2\pi}{3}\right); (e^x - 1) = tg(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) = \mathrm{ctg}\frac{\pi}{6}$

$e^x = \sqrt{3}, x = \ln\sqrt{3}$

Aniq integralni iqtisodiy masalalarni yechishda qo'llanilishi

Soliq tushumlarini hisoblash

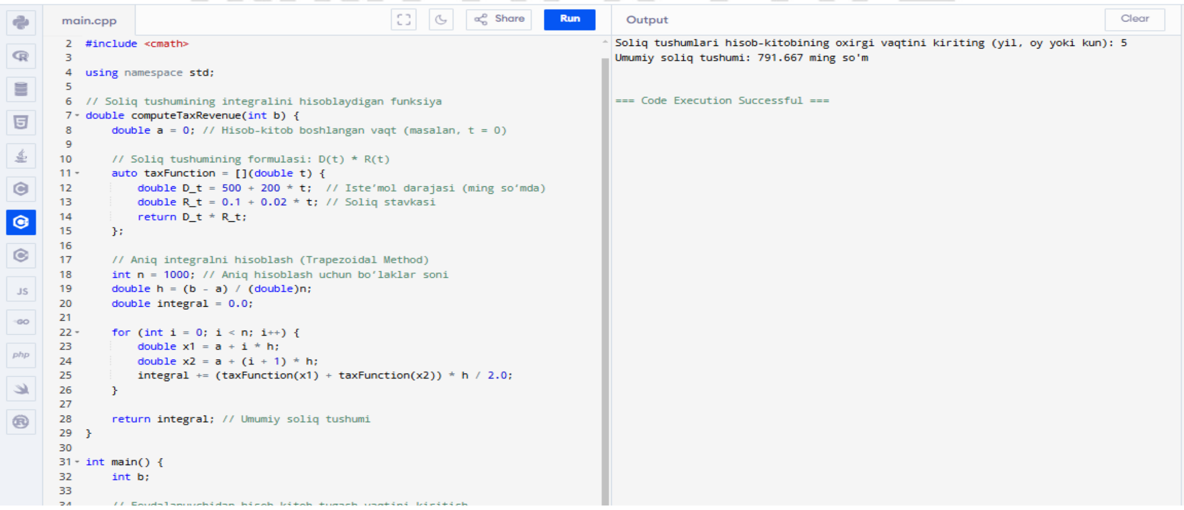
Bir mamlakatda muayyan vaqt davomida iste'mol darajasi D(t) va unga mos tushum solig'i stavkasi R(t) berilgan bo'lsa, jami soliq tushumini aniq integral yordamida topish mumkin.

D(t)=500+200t, R(t)=0.1+0.02t,

$$T = \int_0^5 D(t) * R(t)dt = \int_0^5 (50 + 30t + 4t^2)dt = 50t + 15t^2 + \frac{4}{3}t^3 \left| \begin{array}{l} 5 \\ \\ 0 \end{array} \right.$$

$T(5) = 50 * 5 + 15 * 5^2 + \frac{4}{3} * 5^2 = 250$

Foydalanilgan adabiyotlar:



1. Xurramov Sh. R. Amaliy matematika.1,2-qism. – Toshkent: "Tafakkur" nashriyoti, 2018.
2. Claudio Canuto, Anita Tabacco. Mathematical Analysis I, II. Springer-Verlag Italia, Milan 2015, 275 bet
3. Beknazarova N.R., Jumayev X.N. Matematik programmalashtirish va optimallashtirish usullari. –T.; Iqtisodiyot, 2010 y, -170 b.
4. Xolmurodov E., Yusupov A.I., Aliqulov T.A. Amaliy matematika. 1,2,3-qismlar. –Toshkent: "NEXT MEDIA GROUP", 2017