

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ КОМПОНЕНТОВ НА ШИРИНУ ПОЛОС ЧАСТОТ ПРОПУСКАНИЯ И ЗАПИРАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Мурадова Дурдона Журакул кизи

магистрант Новосибирского национального исследовательского
государственного университета (НГУ)

DOI: 10.5281/zenodo.22764114

ABSTRACT: В статье рассматривается влияние объемной и массовой концентрации компонентов композитного материала на формирование и изменение полос пропускания и записания акустических волн. Основное внимание уделено периодическим композитам и фоновым кристаллам, в которых чередование фаз с различными плотностями и упругими характеристиками приводит к возникновению частотных диапазонов, где распространение упругих волн разрешено либо существенно подавлено. Показано, что изменение концентрации включений меняет эффективную плотность, модуль упругости, акустический импеданс и геометрический фактор периодической структуры, вследствие чего смещаются границы запрещенных зон и изменяется их ширина. Обсуждаются механизмы брэгговского рассеяния и локального резонанса, а также различия между ними. На основе дисперсионного подхода сформулированы закономерности, позволяющие целенаправленно управлять спектральными характеристиками композитов. Практическая значимость результатов связана с проектированием звукоизолирующих панелей, виброзащитных покрытий, акустических фильтров, сенсоров и метаматериалов с заданными частотными свойствами.

Keywords: композитный материал, акустическая волна, фоновый кристалл, концентрация компонентов, полоса пропускания, запрещенная зона, акустический импеданс, дисперсия, брэгговское рассеяние, локальный резонанс

Введение

Современные задачи акустики, виброзащиты и управления упругими волнами требуют материалов, способных не только поглощать энергию колебаний, но и селективно управлять распространением волн в заданных частотных интервалах. Одним из наиболее перспективных классов таких сред являются композиционные материалы, в которых сочетание двух или нескольких компонентов позволяет получить свойства, отсутствующие у каждой фазы по отдельности. Если компоненты распределены периодически или квазипериодически, композит приобретает свойства фонового кристалла: его дисперсионный спектр содержит полосы пропускания и запрещенные полосы частот.

Физическая природа полос записания связана с неоднородностью упругих и инерционных параметров среды. На границах фаз акустическая волна частично отражается и преломляется. Многократная интерференция отраженных волн при определенных соотношениях длины волны и периода структуры приводит к брэгговскому подавлению распространения. В локально-резонансных композитах запрещенные зоны могут возникать и

при длинах волн, значительно превышающих период структуры, если включения или внутренние резонаторы обладают собственными резонансными частотами.

Концентрация компонентов является одним из ключевых параметров, связывающих состав композита с его волновыми характеристиками. Изменяя объемную долю твердого наполнителя, мягкой матрицы, пор, тяжелых включений или резонансных элементов, можно существенно изменять эффективную плотность, модуль Юнга, модуль сдвига, скорость звука и акустический импеданс. Поэтому исследование зависимости ширины полос пропускания и записания от концентрации имеет фундаментальное и прикладное значение.

Цель настоящей работы состоит в систематизации физических закономерностей влияния концентрации компонентов на положение и ширину акустических полос пропускания и записания в композитных материалах, а также в формулировке практических принципов выбора состава для получения требуемого частотного отклика.

Основная часть

1. Теоретические основы распространения акустических волн в композитах

В однородной упругой среде скорость продольной волны определяется сочетанием упругих модулей и плотности. Для изотропного материала она может быть записана как $c_L = [(K + 4G/3)/\rho]^{1/2}$, где K — объемный модуль, G — модуль сдвига, ρ — плотность. Для поперечной волны $c_T = (G/\rho)^{1/2}$. В композите эти параметры становятся пространственно зависимыми, а при длине волны, сопоставимой с характерным размером неоднородности, простое эффективное усреднение уже недостаточно.

Для одномерного периодического двухкомпонентного композита элементарная ячейка может состоять из слоев толщиной d_1 и d_2 , причем период $a = d_1 + d_2$. Объемная концентрация первого компонента в такой модели равна $\phi = d_1/a$, а второго — $1 - \phi$. Изменение ϕ одновременно изменяет время прохождения волны через каждый слой и фазовый набег внутри ячейки. Именно поэтому даже при неизменных свойствах исходных материалов концентрация способна смещать границы спектральных зон.

В простейшем случае акустический импеданс фазы определяется как $Z = \rho c$. Чем выше контраст Z_1/Z_2 , тем сильнее отражение на межфазной границе. Коэффициент отражения по амплитуде при нормальном падении можно оценить выражением $R = (Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)$. Следовательно, композиты, образованные фазами с резко различающимися плотностями и модулями упругости, потенциально обеспечивают более выраженные запрещенные зоны.

Для периодической структуры дисперсионное соотношение выводится с учетом условия Блоха. Для двухслойной ячейки оно имеет вид $\cos(ka) = \cos(q_1 d_1) \cos(q_2 d_2) - 0,5(Z_1/Z_2 + Z_2/Z_1) \sin(q_1 d_1) \sin(q_2 d_2)$, где k — волновое число Блоха, $q_i = \omega/c_i$. Если абсолютное значение правой части не превышает единицу, k остается действительным и формируется полоса пропускания. Если оно превышает единицу, k приобретает мнимую часть, амплитуда волны экспоненциально затухает и возникает полоса запираания.

2. Концентрация компонентов как фактор изменения эффективных параметров

В низкочастотном пределе, когда длина волны значительно больше размеров включений, композит можно приближенно рассматривать как эффективную среду. Эффективная плотность в простейшем приближении определяется правилом смеси $\rho_{\text{eff}} = \phi \rho_1 + (1 - \phi) \rho_2$. Для упругих модулей зависимость сложнее и определяется морфологией фаз, их связностью, формой включений и направлением нагружения. Верхнюю и нижнюю оценки часто связывают с моделями Фойгта и Рейсса.

Рост концентрации жесткого наполнителя обычно увеличивает эффективный модуль композита, однако одновременно может возрастать

плотность. Скорость акустической волны определяется отношением жесткости к инерционности, поэтому ее изменение не всегда монотонно. Если тяжелые включения обладают умеренной жесткостью, увеличение их доли способно снижать эффективную скорость, усиливая фазовую задержку и сдвигая характерные частоты вниз.

Для пористых и полимерных композитов увеличение концентрации мягкой или газовой фазы, напротив, обычно уменьшает эффективную жесткость и акустический импеданс. При этом возрастает импедансный контраст относительно плотной фазы. До определенного предела такой рост контраста способствует расширению запрещенной зоны, однако чрезмерная пористость может ухудшать механическую устойчивость и повышать диссипативные потери, размывающие четкие границы полос.

В реальных композитах концентрация влияет не только на средние параметры, но и на топологию микроструктуры. При малой доле наполнителя включения изолированы. При достижении порога связности они могут образовывать непрерывные цепочки или каркас. Такая перестройка меняет пути передачи упругой энергии и способна вызвать качественное изменение дисперсионного спектра.

3. Влияние концентрации на брэгговские запрещенные зоны

Брэгговская запрещенная зона возникает вследствие когерентного рассеяния на периодических неоднородностях. Ее центральная частота в первом приближении связана с условием $\lambda \approx 2a$ и зависит от эффективной скорости волны. Поэтому изменение концентрации при фиксированном периоде приводит к изменению средней скорости и, следовательно, к сдвигу полосы по частоте.

Ширина брэгговской запрещенной зоны определяется прежде всего контрастом акустических импедансов и соотношением толщин слоев. При ϕ , близкой к нулю или единице, структура фактически приближается к однородной среде: один компонент занимает почти весь объем, отражение от периодически повторяющихся тонких прослоек становится недостаточным для формирования широкой зоны запираания. При промежуточных концентрациях вклад обеих фаз становится сопоставимым, и спектральный разрыв обычно выражен сильнее.

Для слоистых структур часто благоприятным является режим, при котором акустические оптические толщины слоев сопоставимы, то есть $d_1/c_1 \approx d_2/c_2$. Это условие не обязательно соответствует равным геометрическим толщинами. Следовательно, оптимальная концентрация определяется не только долями фаз, но и отношением их скоростей звука. При большом контрасте скоростей максимум ширины запрещенной зоны может наблюдаться при заметно несимметричном составе.

Изменение концентрации также влияет на высшие запрещенные зоны. Поскольку фазовые

условия для разных порядков Брэгга различны, рост доли одной фазы может расширять первую зону и одновременно сужать вторую либо приводить к их слиянию. Это обстоятельство важно при создании широкополосных акустических фильтров.

4. Локально-резонансные композиты и роль концентрации включений

В локально-резонансных акустических метаматериалах запрещенная зона формируется вблизи собственной частоты резонатора. Типичный элемент может включать тяжелое ядро, окруженное мягкой эластичной оболочкой и размещенное в более жесткой матрице. При резонансе движение включения оказывается противофазным движению матрицы, что приводит к сильному рассеянию и динамически необычным эффективным параметрам.

Увеличение концентрации резонансных включений усиливает их коллективное взаимодействие и обычно увеличивает спектральный интервал, в котором распространение подавляется. Однако зависимость не является безусловно линейной. При слишком высокой концентрации расстояние между резонаторами уменьшается, меняются локальные граничные условия, возникают связанные моды, а отдельные резонансные полосы могут расщепляться.

Центральная частота локально-резонансной зоны в первую очередь определяется массой резонатора и эффективной жесткостью его связи с матрицей. Концентрация способна косвенно изменять оба параметра через взаимодействие соседних включений. Поэтому при проектировании необходимо рассматривать не только частоту одиночного резонатора, но и дисперсию периодического массива.

Важное преимущество локального резонанса состоит в возможности получить низкочастотное заграждение при малом геометрическом периоде. Это делает концентрацию резонаторов удобным параметром настройки компактных виброизолирующих конструкций, где классическое брэгговское условие потребовало бы слишком больших размеров ячейки.

5. Количественная оценка влияния концентрации

Для количественного описания удобно использовать относительную ширину запрещенной зоны $\Delta f_{\text{rel}} = (f_u - f_l) / f_c$, где f_l и f_u — нижняя и верхняя границы зоны, а $f_c = (f_u + f_l) / 2$ — ее центральная частота. Этот безразмерный показатель позволяет сравнивать разные композиты независимо от абсолютного частотного масштаба.

Если рассматривать семейство структур с постоянным периодом и изменяемой объемной долей ϕ , типичная зависимость $\Delta f_{\text{rel}}(\phi)$ имеет максимум в промежуточной области концентраций. При $\phi \rightarrow 0$ и $\phi \rightarrow 1$ периодическая неоднородность исчезает и ширина разрыва стремится к малому значению. Положение максимума зависит от

импедансного контраста, геометрии и механизма образования запрещенной зоны.

Для иллюстративного расчета можно рассмотреть слоистую систему с контрастом импедансов $Z_2/Z_1=4$. При изменении доли первого слоя от 0,1 до 0,9 дисперсионное уравнение показывает последовательное формирование, расширение, а затем сужение первой запрещенной зоны. Наиболее широкий разрыв возникает тогда, когда фазовые набег в слоях становятся сопоставимыми. Этот пример отражает общую тенденцию, но конкретные частоты требуют подстановки реальных плотностей, модулей и размеров.

В многокомпонентных композитах задача становится многопараметрической. Помимо концентраций $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ при условии их суммирования до единицы, существенны размеры частиц, их форма, ориентация и пространственная корреляция. Поэтому оптимизация полос часто проводится численными методами — методом конечных элементов, методом плоских волн, методом трансфер-матриц или спектральными методами.

6. Влияние потерь, дефектов и неперIODичности

Реальные композиты обладают вязкоупругими и структурными потерями. Комплексные модули упругости приводят к затуханию волн даже в полосах пропускания. С одной стороны, это повышает общую звукоизоляцию; с другой — делает границы запрещенных зон менее резкими. Поэтому экспериментально измеренная полоса сильного ослабления может отличаться от идеальной запрещенной зоны, рассчитанной для бездиссипативной модели.

Концентрация компонента с высоким внутренним трением увеличивает коэффициент потерь. В результате узкая резонансная зона может преобразовываться в более широкий диапазон ослабления, но максимальная глубина спектрального провала иногда уменьшается. Для инженерных применений такой компромисс часто полезен, поскольку требуется не математически строгая запрещенная зона, а устойчивое снижение передачи звука или вибрации.

Случайные отклонения концентрации, размеров включений и межцентровых расстояний нарушают идеальную периодичность. Умеренный беспорядок способен расширить область рассеяния и сформировать широкополосное ослабление, тогда как сильная неоднородность разрушает когерентный брэгговский механизм. Таким образом, технологический разброс концентрации должен рассматриваться как самостоятельный фактор качества акустического композита.

7. Практические принципы оптимизации состава

При проектировании композита сначала необходимо определить целевой частотный диапазон. Для средних и высоких частот эффективны периодические структуры с брэгговским механизмом, тогда как для низкочастотной виброизоляции предпочтительны локально-резонансные

элементы. После выбора механизма концентрация используется для настройки контраста и связи между элементами.

Если основной задачей является максимизация ширины полосы запираения, следует избегать предельно малых или предельно больших долей одной из фаз, поскольку в этих случаях структура становится близкой к однородной. Рациональной отправной областью являются промежуточные концентрации, после чего оптимум уточняется расчетом дисперсионных кривых.

Для расширения рабочего диапазона перспективно сочетать несколько типов включений с различными собственными частотами либо использовать градиент концентрации по толщине материала. В градиентном композите локальные запрещенные зоны соседних слоев перекрываются, формируя более широкий интегральный диапазон ослабления.

Оптимальный состав должен удовлетворять не только акустическим, но и механическим, технологическим и экономическим требованиям. Повышение доли тяжелого наполнителя может улучшать низкочастотное подавление, но увеличивает массу конструкции; рост пористости снижает массу, однако может ухудшать прочность. Поэтому концентрационная оптимизация является многокритериальной задачей.

8. Обсуждение результатов и перспективы исследований

Обобщение рассмотренных закономерностей показывает, что концентрация компонентов выступает универсальным параметром управления спектром акустического композита. Она влияет одновременно на эффективные материальные характеристики, геометрию элементарной ячейки, степень импедансного контраста и интенсивность взаимодействия между резонаторами. Именно совокупность этих факторов определяет положение и ширину полос.

Для брэгговских структур характерна сильная связь концентрации с фазовым условием интерференции. Для локально-резонансных систем концентрация в большей степени определяет коллективность резонансного отклика. В гибридных фоновых кристаллах оба механизма могут сосуществовать, что открывает возможность слияния нескольких запрещенных зон и получения сверхширокополосного ослабления.

Перспективным направлением является применение вычислительной оптимизации и методов машинного обучения для поиска концентраций, геометрии и свойств фаз, обеспечивающих заданную дисперсионную диаграмму. Не менее важны экспериментальные исследования аддитивно изготовленных композитов, поскольку современные технологии 3D-печати позволяют точно задавать пространственное распределение компонентов и реализовывать сложные градиентные структуры.

Для практической верификации расчетных моделей целесообразно измерять коэффициенты

передачи и отражения в широком диапазоне частот и сопоставлять их с комплексным волновым числом, рассчитанным по дисперсионной модели. Такой подход позволяет отделить истинное зонное запираение от обычного диссипативного поглощения.

Заключение

Концентрация компонентов оказывает принципиальное влияние на формирование полос пропускания и запираения акустических волн в композитных материалах. Изменение объемной доли фаз приводит к изменению эффективной плотности, упругих модулей, скорости распространения и акустического импеданса, а в периодических системах — также к изменению фазового набега внутри элементарной ячейки.

Для брэгговских фоновых кристаллов наиболее выраженные запрещенные зоны, как правило, формируются при промежуточных концентрациях, когда вклад обеих фаз существенен и обеспечивается сильное многократное рассеяние. Оптимальная доля компонентов определяется не только геометрией, но и отношением скоростей и импедансов фаз.

В локально-резонансных композитах увеличение концентрации резонаторов способно расширять низкочастотную область подавления, однако при высокой плотности включений необходимо учитывать их коллективное взаимодействие и возможное расщепление мод. Диссипация и технологическая неперидичность дополнительно изменяют наблюдаемую ширину диапазона ослабления.

Таким образом, целенаправленное управление концентрацией компонентов является эффективным инструментом проектирования акустических композитов, фоновых кристаллов и метаматериалов с требуемыми частотными характеристиками. Наиболее надежный подход к выбору состава сочетает аналитические дисперсионные модели, численное моделирование и экспериментальную проверку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kushwaha M. S., Halevi P., Dobrzynski L., Djafari-Rouhani B. Acoustic band structure of periodic elastic composites // *Physical Review Letters*. 1993. Vol. 71. P. 2022–2025.
2. Sigalas M. M., Economou E. N. Elastic and acoustic wave band structure // *Journal of Sound and Vibration*. 1992. Vol. 158. No. 2. P. 377–382.
3. Liu Z., Zhang X., Mao Y. et al. Locally resonant sonic materials // *Science*. 2000. Vol. 289. No. 5485. P. 1734–1736.
4. Hussein M. I., Leamy M. J., Ruzzene M. Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook // *Applied Mechanics Reviews*. 2014. Vol. 66. 040802.
5. Deymier P. A. (Ed.). *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Berlin: Springer, 2013.
6. Laude V. *Phononic Crystals: Artificial Crystals for Sonic, Acoustic, and Elastic Waves*. Berlin: De Gruyter, 2015.

7. Ma G., Sheng P. Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons // *Science Advances*. 2016. Vol. 2. e1501595.
8. Cummer S. A., Christensen J., Alù A. Controlling sound with acoustic metamaterials // *Nature Reviews Materials*. 2016. Vol. 1. 16001.
9. Craster R. V., Guenneau S. (Eds.). *Acoustic Metamaterials: Negative Refraction, Imaging, Lensing and Cloaking*. Dordrecht: Springer, 2013.
10. Khelif A., Adibi A. (Eds.). *Phononic Crystals: Fundamentals and Applications*. New York: Springer, 2016.
11. Torrent D., Sánchez-Dehesa J. Acoustic metamaterials for new two-dimensional sonic devices // *New Journal of Physics*. 2007. Vol. 9. 323.
12. Milton G. W. *The Theory of Composites*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
13. Christensen R. M. *Mechanics of Composite Materials*. Mineola: Dover Publications, 2005.
14. Ruzzene M., Scarpa F. Directional and band-gap behavior of periodic auxetic lattices // *Physica Status Solidi B*. 2005. Vol. 242. P. 665–680.
15. Yang S., Page J. H., Liu Z. et al. Focusing of sound in a 3D phononic crystal // *Physical Review Letters*. 2004. Vol. 93. 024301.